

DOI: 10.15643/libartrus-2015.5.4

Что такое математика?

© С. М. Антаков

*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
Россия, 603950 г. Нижний Новгород, пр. Гагарина 23.*

Email: sergey@antakov.ru

Эта статья не содержит ответа на заглавный вопрос, ограничиваясь исследованием лишь его возможности. В частности, автор защищает правомерность постановки основного вопроса философии математики и в качестве первого приближения к нему предлагает заведомо некорректный и потому требующий уточнения, зато понятный вопрос «Что такое математика?». Рассматриваются стратегии ответа на него, разделяющиеся на три группы: 1) вопрос наивен и не требует ответа; 2) ответ содержится в собственно математическом знании; 3) ответ может дать только философия. Дальнейшим уточнением основного вопроса служат вопросы о сущности и существовании математики, не всегда удовлетворительные ответы на которые в истекшем столетии дали, соответственно, фундаменталистская и социо-культурная философия математики. Проблема дуализма философии математики принципиально разрешается посредством определённого вида диалектики, что требует от философии математики подчиниться метафизике.

Ключевые слова: *основной вопрос философии, метафизика, фундаменталистская философия математики, социо-культурная философия математики, позитивная философия, диалектика, сущность и существование, экзистенциальный выбор.*

«Наивный» вопрос о математике влечёт вопрос об отношении математики к философии

В качестве первого приближения к *основному вопросу философии математики* (уместность такового – именно как такового – будет рассмотрена в одном из следующих разделов) предлагается наивный в глазах многих знатоков вопрос «Что такое математика?». Мы не предлагаем здесь ответ (знатоки в нём и не нуждаются), но всё внимание направляем на исследование *возможности* вопроса и, тем самым, ответа на него. Ответом должно служить некое знание о математике, о котором, в свою очередь, надо спросить, является ли оно математическим знанием, принадлежит ли математике?

Может показаться очевидным, что знание о математике, выраженное классическим (родовидовым) определением математики как таковой, есть философское и лексикографическое (не математическое) знание, для собственно математической деятельности излишнее. Такой ответ, однако, противоречит ответу на первый вопрос, данному Р. Курантом и Г. Роббинсом в книге «Что такое математика?». В одном из её вводных разделов, имеющем то же название («Что такое математика?»), они излагают своё видение истории математики и показывают, что философия иногда мешала развитию математики (а также и естествознания), подводя читателя к финальному заключению: «И для специалистов, и для любителей не философия, а именно активные занятия самой математикой смогут дать ответ на вопрос: Что такое математика?» [1, с. 24]. Так «никакое, даже самое блестящее описание, не сможет передать понимание музыки тому, кто никогда внимательно в музыку не вслушивался» [1, с. 546].

По существу, ответ математиков – авторов названной книги таков: чтобы получить знание о том, что́ есть математика, надо отбросить философию и заняться собственно математикой, хотя бы только усвоением известного математического знания. В качестве первого шага, как не трудно догадаться, желательнее прочесть названную книгу, разделы основной части которой имеют популярное математическое содержание, относящееся к арифметике, геометрии, топологии и математическому анализу.

Таким образом философия отделяется от математики, а знание о математике отождествляется с собственно математическим знанием.

Совет «активно заняться самой математикой», чтобы узнать, что́ есть математика, позволяет подвести себя под особый, невербальный вид определения – остенсивное (указательное) определение, если естественным образом обобщить таковое, перенеся с вещей на действия и деятельность и даже ещё далее, на субъект деятельности. Например, в ответ на вопрос «Кто такой Сократ?» можно посоветовать стать Сократом, имея в виду «всего лишь» акт эмпатии, или *понимания*, переход на мгновение на точку зрения Сократа, что, разумеется, нелегко.

Остенсивные определения необходимы для овладения речью. Однако вслед за этим и на основе владения речью может начинаться уже выработка чисто словесных определений. Её необходимость для научного (не исключая этического) познания была открыта древними греками и ясно выражена в диалогах Платона. Страстью его Сократа был поиск Истины, или Блага, требовавший разыскания правильных (адекватных) определений ряда понятий. В этих поисках формировалась так называемая позитивная диалектика, представляемая бинарным математическим деревом («древом Порфирия») или, вообще, схемой подчинения и соподчинения понятий. Польза диалектики, стало быть, и польза определений, была двойкой, «гуманитарной» и естественнонаучной. Душеспасительное восхождение от вида к роду, который есть вид для более высокого рода, вело к пределу – неоплатоническому Единому. Кроме того, древо Порфирия служило образцом (пусть несовершенным) классификации, сыгравшей важнейшую роль в становлении некоторых естественнонаучных теорий.

Ещё во времена формирования диалектики обнаружились трудности такого (ищущего определения) пути познания, не решённые вполне и по сию пору. Так, урок апорий Зенона обычно видят в том, что логическое (понятийное) мышление не может определить или описать движение и множество без противоречия. Для элеатов это означало несуществование (нереальность) и иллюзорность движения и множества, иными словами, некорректность вопросов о них: спросить можно лишь о предметах, непредметы же нельзя и помыслить.

Противоположное решение, приписываемое, в частности, Диогену Синопскому, не замедлило появиться и заключалось в демонстрации движения, косвенно (безгласно) утверждающей: движение есть. Подобным образом Курант и Роббинс призывают воздержаться от поиска философского ответа на вопрос «Что такое математика?», взамен того «молча» предавшись занятиям арифметикой, геометрией и т.д., т.е. в некотором допустимом смысле став математиком (субъектом математики).

Решение Диогена дискредитировало метафизику (элейскую онтологию), да и дедуктивную логику (в то время ещё не имевшую названия) как инструмент метафизики, впервые использованный, как полагают историки, Парменидом. Решение же Парменида и Зенона («движенья нет») влекло отказ от физики и математики, поскольку лишало их собственного предмета – движения и множества, а метафизике оставляло роль единственно научного знания – знания о неподвижном и едином бытии.

Здесь обнаруживаются логические предпосылки и историческое начало конфликта между метафизикой и, шире, философией, с одной стороны, и наукой (математикой и математическим естествознанием) и «позитивной философией», с другой. Позднее (к концу Средних веков) конфликт приобрёл политическую составляющую, сохранив её до наших дней. Начиная с середины XIX века возникший в этот период позитивизм, опираясь по существу на кантовскую критику догматической метафизики, утверждал необходимость очистить науку от любых следов её присутствия.

Приписывая Пармениду полагание бытия как подлинного предмета защитники метафизики отражают посягательства «позитивного знания» на её предмет. На самом же деле бытие и в мышлении Парменида не было вполне предметом, поскольку он представлял его в виде божественного Сфайроса, т.е. как бытие оформленное, следовательно, ограниченное небытием. Это противоречие в мышлении Парменида было замечено его последователями, которые попытались решить его, полагая Сфайрос *бесконечным* шаром, по существу, вводя в рассуждение понятие математического предела. Но такое решение породило новые вопросы, не позволив закрыть исходную проблему противоречивости бытия. И до сего времени понятие предела в математическом анализе и соответствующее понятие замыкания (границы) в топологии, хотя они имеют классическое определение, нельзя считать окончательно прояснёнными.

Правильные классические определения, которые настойчиво разыскивала и порой не могла найти идеалистическая метафизическая традиция, начиная с Сократа, Платона и Аристотеля, оказалось невозможным дать таким казалось бы ясным математическим понятиям, как точка, прямая и плоскость. Определения геометра Евклида были признаны негодными и, в конце концов, вообще излишними. В том, что александрийский геометр ввёл их в свои «Начала», «позитивно мыслящий» математик может увидеть пагубное влияние на Евклида философии Платона. Ряд мыслителей, начиная с конца XIX века, пришли к революционным выводам в философии науки, переосмыслив роль фундаментальных понятий или предметов науки, таких, например, как субстанциальные элементы вроде электрона в физике или точки в геометрии. Совсем-де не важно (да и не может быть известно), что представляют собой материальные элементы сами по себе (они суть «вещи в себе»), важны и познаваемы лишь отношения между ними, т.е. структура, форма целого (системы).

Так, в 1891 году Давид Гильберт выразил эту мысль словами, ставшими слишком известными: «Надо, чтобы такие слова, как «точка», «прямая», «плоскость», во всех предложениях геометрии можно было заменить, например, словами стол, стул, пивная кружка» [2]. Та же мысль была высказана Анри Пуанкаре в 1902 году: «Математики изучают не предметы, а лишь отношения между ними; поэтому для них безразлично, будут ли одни предметы замещены другими, лишь бы только не менялись их отношения. Для них не важно материальное содержание; их интересует только форма» [3]. Согласно взглядам Гильберта, определения явно не определяемых математических элементов вроде точки и т.п. возможны лишь как *неявные* «определения», имплицитно задаваемые системой аксиом – предложений, в которые входят именуемые эти элементы термины. Таким косвенным образом, т.е. посредством аксиом, элементы соотносятся друг с другом. Дальнейшее продолжение и развитие эти взгляды получили в известной «программе Гильберта» обоснования оснований математики. Программа в случае её выполнения гарантировала свободу математики от противоречий.

Названное революционным понимание роли явных определений в математике как ничтожной легко применить к оценке определения математики, что, как можно вообразить, и

сделал Курант (именно он принимал решение о названии книги¹). Его «ответ» на вопрос «Что такое математика?» по существу упраздняет классическое понимание вопроса как требования определить понятие (раскрыть его содержание, т.е. сущность предмета), представляя указанное требование праздным (если не вредным) философским вопросом. Ответ Куранта можно представить и как необходимый сдвиг в понимании математики, переводящий внимание с математического знания на математическую деятельность и, более того, на *субъект* математической деятельности.

Математика – не только знание

Простое лишь на первый взгляд решение, предложенное Курантом, имеет немало сторонников, не подозревающих о связанных с ним трудностях (строго говоря, «определение» математики и по Куранту невозможно, но его необходимо искать). Так, существует мнение, что ответ на обсуждаемый наивный вопрос давно известен и дан в упоминавшейся книге «Что такое математика?». И заключается он якобы в том, что математика – это арифметика, геометрия, математический анализ, линейная алгебра и т.д. Возражение этому мнению состоит, во-первых, в том, что оно, видя в математике только знание, раскрывает понятие математического знания путём его *деления*. Эта процедура оставляет нас на эмпирическом классифицирующем уровне познания. Однако с этого уровня неудержимая философская мысль устремляется к высоте *теоретического* знания, где требуется дать определение математики, раскрыв её сущность.

Во-вторых, ответ на вопрос «Что́ есть математика?» путём деления такого (ограниченного, редуцированного к понятию знания) понятия математики не приведёт к успеху, в частности, потому, что содержание математики и её общепринятый дисциплинарный состав исторически изменчивы. И крайне маловероятно, что математика уже сегодня остановилась, достигнув финала в своём развитии. В таком случае предлагаемый ответ на вопрос о математике будет (всегда?) устаревшим.

В-третьих, и это главное, математика не сводится к знанию, которое может быть отделено от субъекта знания. Поэтому всякое её определение будет неточным, а именно, редуцирующим (сводящим ценой не всегда оправданного упрощения) математику к знанию. Вопрос «Что такое математика?» *некорректен*, если его предпосылкой является одностороннее (и в этом смысле ложное) понимание математики как исключительно знания. Это третье возражение имплицитно предвещает предыдущие два.

Математика как знание, оставаясь в собственных пределах, не смогла ответить и на, казалось бы, более уместный для неё внутренний и, по видимости, более простой вопрос об арифметической истине («Что́ есть арифметическая истина?», «Какие предложения арифметики истинны?»). Пользуясь рецептом Куранта, ответ следовало бы искать, изучая свойства натуральных чисел и доказывая соответствующие теоремы. Бесполезность этого рецепта, однако, по существу продемонстрирована теоремой Тарского о невыразимости понятия истины и теоремами Гёделя о неполноте формальной арифметики или, скорее, известной интерпретацией

¹ «Некоторую озабоченность у Куранта вызывало название книги. Оно казалось ему «слегка нечестным». Однажды на вечеринке у Г. Вейля он спросил совета у Томаса Манна. Должна ли книга называться «Что такое математика?», или ее следует назвать примерно так: «Математические дискуссии по поводу основных элементарных задач для широкой публики», – это название более точно соответствует содержанию, но «немного скучнее» [1, с. 546–547]. Смысл ответа знаменитого писателя таков: название книги должно обеспечить продажу наибольшего числа экземпляров и, следовательно, максимальное вознаграждение автору. Курант последовал совету Манна [1, с. 547].

второй теоремы о неполноте: чтобы обоснованно верить в истинность доказанных теорем, необходимо доказать непротиворечивость арифметической теории в целом, что невозможно, если не выйти за её пределы, за пределы математики вообще. Как показала критика логицизма, войти с этой целью в пределы логики было бы недостаточно, поэтому остаётся надеяться лишь на исход в философию. Недаром теоремы Тарского и Гёделя, доказательство которых было принято, кажется, всеми математиками, показали несостоятельность формалистической (позитивистской) программы Гильберта и, позднее, неопозитивистской программы обоснования математического естествознания [4]. Названные теоремы, подобно пифагорейской теореме о несоизмеримости, обнаруживают вполне непреодолимую нетождественность (математического) мышления и (математического) бытия, что выбивает почву из-под ног «позитивной философии». По этой несознаваемой, как можно думать, причине математики-позитивисты дают резкий отпор философам-«негативистам», пытающимся использовать теоремы Гёделя о неполноте как математический аргумент в метафизических спорах с позитивистами (не обязательно математиками).

По причине указанной некорректности вопроса «Что есть математика?» на него нельзя дать краткий ответ, подобный тем, что дают толковые или терминологические словари. Неполным и приблизительным, однако, и наиболее точным в каждый исторический момент, ответом был бы весь корпус сочинений, посвящённых философии математики, а также книга Куранта и Роббинса «Что такое математика?» вместе со всей совокупностью математических трудов, опубликованных к этому моменту. Вот почему ответ на данный вопрос требует изложить все философские мнения о математике, что, впрочем, не сделает его полным. Перманентная некорректность самого вопроса требует продолжения философских рассуждений до тех пор, пока существует математика, её субъект. Она также требует, может быть, бесконечного продолжения рассуждений, ибо полагает идеал абсолютно точного ответа.

Нет и, видимо, не может быть и финального ответа на вопрос «Что есть знание?», от которого зависит вопрос «Что есть математика?» при указанном ограниченном её понимании. Кроме того, традиционный ответ на вопрос «Что есть математика, рассматриваемая как знание?» требует указания предмета и метода математики. Но споры о её предмете не завершены по причине и его, предмета, исторической изменчивости. Об универсальном же методе математики (в отличие от универсального метода естествознания), кажется, ещё не высказано ни одного хотя бы в малой степени удовлетворительного мнения. Явно, нельзя назвать в роли такового аксиоматико-дедуктивный метод, а более общий ответ «диалектика» потребовал бы многих аргументов и остался бы спорным.

Итак, является ли знание о математике частью математики, или оно есть философское знание, радикально отделённое от математики? Оба ответа, как мы видели, имеют свои мотивы и основания как принять, так и отвергнуть их. Это означает, что оба они односторонни, а, следовательно, неудовлетворительны. Граница между «физикой» и «метафизикой», наукой и философией, математикой и метаматематикой не может быть однозначно и безусловно определена вопреки тому, что думали на этот счёт элеаты и Кант. Вся история науки после Канта и особенно после «кризиса» в физике и основаниях математики, т.е. в XX веке, показала это по крайней мере философам (среди которых были математики и естествоиспытатели), и то некоторым.

Уместность «основного вопроса философии математики» и его метафизического решения

Как сказано выше, наше понимание основного вопроса философии математики проще всего передать обращением «Что такое математика?» («Что́ есть математика?»). При этом следовало бы сразу оговориться: в такой постановке он является приблизительным (требующим уточнения), только наводящим и даже некорректным. После объяснения этой особенности выражения основного вопроса, и до перехода к его уточнению, хотелось бы защитить правомерность «основного вопроса» как такового.

Ведь можно лишиться доверия или осмеять попытку задать «основной вопрос философии математики», как это действительно произошло с «основным вопросом философии» в диалектическом материализме после того, как последний остался без внешних (государственных) опор и личным делом каждого. Можно отместить все подобные попытки, ссылаясь на то, что разные философы задаются разными вопросами, при этом считая свой вопрос и свою тему наиболее интересными. И всё же постановка общезначимого «основного вопроса» правомерна – ровно настолько, насколько правомерно требование к философии быть систематической (всеохватной), то есть, с хорошо известной точки зрения, подлинной.

Мартин Хайдеггер в период, когда он стремился к систематическому изложению своей философии, выделил метафизику как «определяющее средоточие и сердцевину всей философии» [5, с. 101] и сформулировал вопрос «Почему вообще есть сущее, а не наоборот – ничто?», назвав его «основным вопросом метафизики». Для позитивно мыслящего человека этот вопрос – образец чистой бессмыслицы, для иррационалиста Хайдеггера же – «первый по чину», «самый обширный» и «самый глубокий и, наконец, самый изначальный» вопрос [5, с. 88, 101]. Отметив его «непреодолимо широкий размах», шварцвальдский мыслитель даже не пытался дать на него ответ. Основным же вопросом «фундаментальной онтологии» Хайдеггера был иной, но всё же вселенски судьбоносный вопрос, в котором он видел основное условие «пробуждения духа». Это – тоже вопрос о бытии, но не вопрос «Что такое бытие?». Хайдеггер ставит его в виде менее ясного (ибо каков смысл «смысла»?) вопроса «Каков смысл бытия?». Зато он более приемлем, нежели вопрос «Что такое бытие?», некорректность (ложность посылки) которого, впрочем, неочевидна.

Прибегая к авторитету Хайдеггера, мы, в частности, оправдываем уместность «основного вопроса метафизики», чтобы оправдать «основной вопрос философии математики». Существует несколько более или менее приемлемых вариантов решения этого вопроса, на которых следует остановиться. Согласно одному из них, основной вопрос философии математики есть вопрос об основаниях математики, получивший ответ в наиболее известных программах обоснования – логицистской, интуиционистской, формалистской. Это мнение не учитывает того, что вопрос оснований математики интересовал авторов упомянутых программ (в том числе Гильберта) и их последователей, но оказался не интересен многим позднейшим философам математики, а именно тем, кто стоял на позициях нефундаменталистской (социокультурной) философии математики. Это соображение наводит на мысль выдвинуть следующий критерий основного вопроса: ответом на него должно быть всё философское знание о математике, т.е. все мнения философов (многие из которых были математиками) о математике, включая философских (эпистемологических) фундаменталистов и нефундаменталистов.

Если первое оспариваемое мнение опирается на авторитет авторов программ обоснования математики (которые, может быть, и не заявляли вопрос обоснования как «основной», но всего лишь отдавали ему предпочтение) и представителей аналитической философии в философии математики [6], то второе апеллирует к авторитету Канта. С этой точки зрения основным представляется вовсе не вопрос «Что такое математика» в смысле «Как *действительна* математика?», направленный, помимо прочего, на способы её исторического существования. Очевидно, последний вопрос не представлялся Канту важным. Это, помимо прочего, указывает на ограниченность кантовской философии математики, что, разумеется, имеет убедительное историческое оправдание. Кёнигсбергский мыслитель не придавал особого значения и вопросу о «предмете» и методе исторического познания, основательно поставленному позднее В. Дильтеем и неокантовцами-баденцами. Кант принципиально отделил математику и математическое естествознание от сферы спасительной веры, к которой, надо признать, относится и историческое (гуманитарное) познание.

Важнейшая для Канта проблема эпистемологии выражена вопросом «Как возможно теоретическое знание?», в частности, «Как *возможна* математика?». Вопрос этот, хотя и был новаторской постановкой фундаменталистской проблемы, на фоне других вопросов, решаемых в философии математики, всё же не представляется самым важным, а отвечающая на него трансцендентальная философия математики по-прежнему изолирована: иные философии математики прекрасно обходятся без её результатов, что показывает и их ограниченность.

Задаваясь вопросом о возможности математики, Кант, очевидно, полагал вопрос о математике «Что она есть или чем она является в действительности, а не в возможности?» не заслуживающим внимания. Однако с априорно-исторической (следовательно, и логической) точки зрения вопрос «Что есть математика?» предшествует вопросам «Как возможна математика?», «Как обосновывается математика?» и т.п. Это приводит к мысли, что вопросы о математике образуют иерархическую систему. Поэтому второй критерий основного вопроса заключается в том, что такой вопрос должен подчинять себе все прочие известные вопросы в качестве подвопросов, образующих иерархию. Ответ на него даёт больше, чем сумма ответов на подчинённые вопросы. Это добавочное (эмерджентное) знание о математике, или, скорее, *понимание* математики как целого, будучи необходимым условием системности (знания), говорит как раз о том, что математика есть не только или не столько знание и деятельность, сколько определённый тип систематизации знания.

Важный мотив постановки основного вопроса философии математики заключается в том, что он своей связью с правильно понятым основным вопросом метафизики подчиняет философию математики метафизике хотя бы в вышеприведённом Хайдеггеровском понимании последней. Подчинение представляется необходимым, коль скоро необходима всеобъемлющая система, удовлетворяющая универсальную потребность человека в самопонимании (обретении «смысла своего бытия»), которую не удовлетворяет ни одно из частных знаний, ни даже совокупность всех частных знаний (энциклопедия).

Как следует из вышесказанного, мы не считаем основным вопросом философии математики в действительности важный вопрос о соотношении математического знания и нематематической реальности, индуцированный в недалёком прошлом нашего отечества дискредитированным сегодня «основным вопросом философии» в его диалектико-материалистиче-

ском понимании, восходящем к Фридриху Энгельсу. Это означает также, что мы не присоединяемся и к уважаемому мнению Ф. Гонсета, который полагал основным для себя вопрос об отношении математики к реальности [7].

С нашей точки зрения, на правильно поставленный основной вопрос метафизики, а следовательно, и на основной вопрос философии математики, отвечает метафизика – теоретическое ядро философии, которое характеризуется не только категориальностью – использованием системы категорий, или так называемой позитивной диалектики, но и «негативной» систематичностью.

Первое уточнение «основного вопроса философии математики» и диалектическая схема ответа

Важнейшее для данной темы наблюдение говорит о том, что подвопросы основного вопроса философии математики, в том числе те, о которых уже шла речь, распределяются между фундаменталистской (позитивной и эссенциальной) и нефундаменталистской (культурно-исторической, но ещё не «негативной», не экзистенциальной) философиями математики. В XX веке эти философии были представлены соответственно неопозитивизмом и сменившим его во второй половине века постпозитивизмом. Говоря кратко и обобщённо, фундаменталистская философия математики ищет вечную *сущность* математики, ищет её в основаниях математического знания, тогда как нефундаменталистская философия стремится к пониманию её *существования*. Существование математики может быть выражено – принципиально неполно – в виде последовательности образов релятивизированной, т.е. неоднозначной, исторически изменчивой и даже противоречивой «сущности», как это сделали постпозитивисты, при этом лишившие историю науки её историософского (телеологического) стержня. Эта лишённость остаётся незамеченной философией науки, соответствующей «духу времени» – времени предельного отчуждения массового человека от, выражаясь светским языком, общезначимого и возвышенного умозрительного идеала.

Основной вопрос о математике оказывается двойственным в некотором точном математическом смысле, так что искомое уточнение начинается с его разделения на два подвопроса, относящихся к *сущности* и *существованию* математики. Именно подвопрос о сущности математики выражается некорректным вопросом «Что́ есть математика?». Он уточняется корректным вопросом «Какова сущность известной математики?», ответ на который не может быть полным, не исчерпывает основной вопрос философии математики и должен быть дополнен вопросом о существовании математики.

На вопрос «Что́ есть математика?» отвечает логически (позитивно) ориентированная, или фундаменталистская, философия математики, отвечает так, как будто математика характеризуется внеисторической, вечной сущностью или рациональностью. Исторически ориентированная, т.е. нефундаменталистская, культурно-историческая, философия математики по существу отвечает на вопрос о существовании, только сегодня даёт на него неадекватный, склоняющийся к позитивному ответ.

Мало сказать, что фундаменталистская и нефундаменталистская философии математики дополняют друг друга. Их оппозицию можно выразить дуализмом категорий-экзистенциалов объективного и субъективного, единство которых обеспечивается особым образом понимаемой диалектикой, имеющей своей целью теоретическое или практическое решение проблемы

(в нашем случае – основного вопроса философии математики). Это диалектика, предполагающая последовательность экзистенциальных (и исторических) выборов, результаты которых в общем виде выражаются посредством категорий материи (содержания) и формы, конкретного и абстрактного, исторического и логического (у Гегеля); производительных сил и производственных отношений (у Маркса); существования и сущности (в томизме, неотомизме и экзистенциализме).

Единство двойственного основного вопроса философии математики (и философии науки вообще), единство существования и сущности усматривается в единстве диалектики существования и сущности, т.е. в единстве субъекта диалектики, производящего знания как самоосуществления в череде экзистенциальных выборов, как средства спасительного трансцендирования – существования «к бытию», а не «к ничто». Позитивный вид на математику оказывается при этом явным выражением негативного (непредметного) единства, т.е. субъекта.

Диалектика, что лежит на поверхности, есть рассуждение, убеждающее особым (именно диалектическим) образом, отличным от способа доказательного рассуждения, применяемого в математике, и точно так же (что, однако, скрыто от очевидности) нуждающееся во внелогической необходимости (принуждении).

Уместность таким образом понимаемой диалектики в философии математики, отвечающей на «основной вопрос», показывает, что такая философия должна быть существенно диалектической философией математики, т.е. вполне подчиняться метафизике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Курант Р., Роббинс Г. *Что такое математика? Элементарный очерк идей и методов*. М.: МЦНМО, 2001. 568 с.
2. Рид К. Гильберт. М.: Наука, 1977. С. 79.
3. Пуанкаре А. *О науке*. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. С. 26.
4. Грязнов Б. С., Кузнецова Н. И. Успехи неопозитивизма и его кризис // *Логика, рациональность, творчество*. М., 1982. С. 141–143.
5. Хайдеггер М. *Введение в метафизику*. СПб.: Высшая религиозно-философская школа, 1998.
6. Horsten L. Philosophy of Mathematics // *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. URL: <http://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/>
7. Gonsseth F. *Les Mathématiques et la réalité: essai sur la méthode axiomatique*. Paris: Félix Alcan, 1936. XI–387 p.
8. Лакруа Ж. Марксизм, экзистенциализм, персонализм // *Избранное: Персонализм*. М.: Росспэн, 2004. С. 346.

Поступила в редакцию 02.12.2015 г.

DOI: 10.15643/libartrus-2015.5.4

What is mathematics?

© S. M. Antakov

*Nizhny Novgorod State University
23 Gagarin Ave. 2 Bldg., 603950 Nizhny Novgorod, Russia.*

Email: sergey@antakov.ru

This article does not give the answer to the title question, but is only limited to studying the possibility of giving it. In particular, the author defends that it is legitimate to pose the fundamental question of the philosophy of mathematics and offers several criteria for such a question. As a first approach we propose the question which is incorrect and requires rectification, but is understandable: "What is Mathematics?". We consider three groups of strategies of responding to it: 1) the question is naive and does not require an answer; 2) the answer is contained in the mathematical knowledge itself; 3) only philosophy can give the answer. Further rectifications to the basic question are questions about the essence and existence of mathematics. The fundamentalist and cultural-historical philosophy of mathematics gave their not fully satisfactory answers to this question in the past century. The dualism problem of philosophy of mathematics is fundamentally resolved through a certain kind of dialectics, which requires the philosophy of mathematics to submit to metaphysics. The unity of existence and essence is considered in the unity of the subject of dialectic – the mathematician who generates the knowledge as self-realization in a series of existential choices, as a means of saving transcendence – the existence "toward being" rather than "toward nothing". Positive view of the mathematics turns out to be the explicit expression of negative (non-objective) unity i.e. the subject.

Keywords: *the fundamental question of philosophy, metaphysics, fundamentalist philosophy of mathematics, cultural-historical philosophy of mathematics, positive philosophy, dialectics, essence and existence, existential choice, salvation.*

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at edit@libartrus.com if you need translation of the article.

Please, cite the article: Antakov S. M. What is mathematics? // *Liberal Arts in Russia*. 2015. Vol. 4. No. 5. Pp. 358–367.

REFERENCES

1. Kurant R., Robbins G. *Chto takoe matematika? Elementarnyi ocherk idei i metodov [What is mathematics? Elementary essay on ideas and methods]*. Moscow: MTsNMO, 2001.
2. Rid K. *Gil'bert [Hilbert]*. Moscow: Nauka, 1977. Pp. 79.
3. Puankare A. *O nauke [About science]*. Moscow: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1990. Pp. 26.
4. Gryaznov B. S., Kuznetsova N. I. *Logika, ratsional'nost', tvorchestvo*. Moscow, 1982. Pp. 141–143.
5. Heidegger M. *Vvedenie v metafiziku [Introduction to metaphysics]*. Saint Petersburg: Vysshaya religiozno-filosofskaya shkola, 1998.
6. Horsten L. Philosophy of Mathematics. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. URL: <http://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/>
7. Gonsseth F. *Les Mathématiques et la réalité: essai sur la méthode axiomatique*. Paris: Félix Alcan, 1936. XI–
8. Lakrua Zh. *Izbrannoe: Personalizm*. Moscow: Rosspen, 2004. Pp. 346.

Received 02.12.2015.