УДК 101.1:510.2

НУЖНА ЛИ ФИЛОСОФАМ СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА?

© В. А. Еровенко

Белорусский государственный университет
Беларусь, 220030, г. Минск, пр. Независимости, 4.
Тел.: +375 (017) 209 50 48.
E-mail: erovenko@bsu.by

В статье рассматриваются различные проблемы математического образования философов. Даже негативный школьный опыт практического освоения математики дает представление о математике, как особом предмете, требующем углубленного изучения для его понимания в целом. Знание математики бесстрастно проверяет готовность к усвоению абстрактных философских рассуждений. Истинная цель математического образования философов – это не только приобретение конкретных знаний, а, прежде всего, развитие мышления или разума, направленного на познание, которое иногда называют философией. В этой статье мы пытаемся ответить на вопрос: чем и почему математика полезна для университетского философского образования?

Ключевые слова: *математическое знание, проблема понимания, философское образование.*

Зачем изучают математику в школе и в университете? Стандартные ответы подобные тому, что мы учим математику для развития логического мышления, сейчас уже неудовлетворительны, поскольку само логическое мышление строго не определено. Никто не оспаривает важность формирования логической культуры, но до введения строгих понятий на педагогическом уровне дело так и не дошло. Неясно о развитии какого мышления идет речь, то ли специфического мышления необходимого при решении математически формализованных вопросов, то ли какого-то общефилософского мышления, помогающего решать жизненные проблемы. Всем, кто занимается науками о природе и обществе, необходимы хотя бы элементарные познания в области современной математики, поскольку даже если человеческие знания не являются единым целым, то они не являются и разобщенным множеством наук. Математизация гуманитарного знания состоит не только и не столько в том, чтобы использовать готовые математические методы и результаты, а в том, чтобы начать поиски того специального математического аппарата, который позволил бы наиболее полно описывать интересующий нас круг философских и социальных явлений.

Важнейшим аргументом в мотивации необходимости университетского курса математики для студентов-философов является мнение Иммануила Канта, высказанное им в работе «Opus postumum», в которой отразились философские идеи позднего периода его творчества: «Ведь если и нет непосредственно никаких математических начал философии для науки о природе, то возможно всё же применение математики, которое является философским» [1, с. 524]. Уместно заметить, что Кант, не только изучал, но и профессионально преподавал математику в Кенигсбергском университете. Он считал, что математика относится к такому роду специальных интеллектуальных занятий, результатами которого философ при дополнительных усилиях может воспользоваться. Но математика, несмотря на практические применения, вовсе не является самодостаточной дисциплиной. Поэтому надо искать резервы повышения мотивации в реальных интеллектуальных запросах сегодняшних студентов. Среди наиболее респектабельных мотивов можно, например, выделить: интеллектуальное любопытство, профессиональную гордость и здоровую амбицию или жажду добиться хорошего положения в обществе. Говоря о курсе основы высшей математики для философов, подчеркнем, что профессиональные философы находятся в особом положении – им современная математика нужна, как составная часть общей методологии познания, поэтому для них важны не отдельные детали математических приемов, а основные математические принципы.

Одно из существенных отличий современной философии от математики состоит в том, что в ней не существует признанных всеми философскими школами «результатов», что, отчасти, объясняется соперничеством за право определять важнейшие тенденции философствования. У философов нет общепринятого определения «философии математики», как нет его и у математиков. Однако даже если математик и не сможет ответить на вопрос «что же такое математика?», он все же отличит математические тексты от остальных. Современная математика, довольно, своеобразная наука, даже философский анализ ее положений бывает весьма сложен, а многие методологические проблемы самой математики все еще остаются недостаточно разработанными. Философия современной математики ограничивается философскими обобщениями и пересказом методов ее некоторых направлений. Соответствующие трудности обусловлены тем, что понимание современной математики не может быть адекватно интерпретировано на основе имеющихся интуитивных представлений об этой фундаментальной науке. Даже повседневная жизнь как таковая не настолько ясна, поэтому что-то приходится принимать на веру. Математическая теория отличается от эмпирического знания логикой своего развития, поэтому ее интерпретация ограничивается методологией математического знания.

Математика связана с философией множеством мировоззренческих тем, например, в математике для философов – это актуальное и потенциальное, конечное и бесконечное, содержательное и формальное и многое другое. О взаимодействии философии и математики можно говорить в двух смыслах, как о влиянии философии на развитие абстрактно-формального мышления, так и, наоборот, о влиянии математики на формирование абстрактного философского мышления и креативных способностей человека. Курс математики для философов правильнее строить не на индуктивной или дедуктивной основе, как это принято в учебниках по математике. Он должен строиться на методологической основе, где главная роль должна предназначаться приоритетным вопросам, развивающим математические идеи. Отличительной чертой выбора тем и структуры курса высшей математики для философов является его направленность на развитие у них вариативного мышления, то есть понимание того, что возможно реальное существование различных вариантов решения мировоззренческих задач и проблем с использованием математических методов познания.

Не рассматривая математику как образец для построения «научной философии», философия использовала математику, как для рационализации своего знания, так и в целях философского понимания мировоззренческой сущности математического и естественнонаучного образования. Здесь нельзя не отметить, что многие математики рассматривают абстрактное понятие «математической строгости» завершенной теории как необходимую часть математического мышления. Согласно авторитетному мнению математика Ю. И. Манина: «Когда мы философствуем, мы с неизбежностью рационализируем и обобщаем эти свои инстинктивные предпочтения; наше отношение к проблеме строгости можно вывести из тех чувств радости или неудовлетворенности, которые мы испытывали, сталкиваясь с теми интеллектуальными вызовами, которые ставит перед нами наша профессия» [2, с. 85]. Концепция математики как строго дедуктивной науки связана, как говорят философы математики, с формалистическим направлением ее развития. Но, благодаря работам математиков была понята простая истина, что «математика определяется не предметом, а методом», поскольку может иметь дело с любым явлением, которое поддается дедуктивному анализу. Несмотря на то, что философия запоздала с анализом того, что делают сейчас математики, нельзя не отметить устойчивый интерес к исторически сложившемуся взаимодействию математики и философии, связанному с актуализацией современных общенаучных критериев рациональности.

Изучение математики учит нас по-новому оперировать понятиями, поэтому можно сказать, что математическое образование объективно влияет и на понятийную деятельность. В математической деятельности важно не только понятие доказательства как установления математической истинности, но и понятие опровержения утверждения как установление его ложности. Пока почти вся методика преподавания математики ориентируется на неявный принцип «отложенного понимания», философская суть которого состоит в том, что если учащийся или студент понял излагаемый материал – хорошо, а если не понял – то тогда зубри, может быть что-нибудь да и поймешь. Если в современной математике наиболее общезначимым является гипотетико-дедуктивный метод, то «философия как наука» методологически пользуется собственной интерпретацией дедуктивного метода, которая может стать по-своему аргументированной. Философский интерес к какой-нибудь проблеме мотивируют иногда тем, что он выдуман для противодействия возражению. Если вы не боитесь возражения, то опираетесь на убедительную аргументацию или ищите нужное конструктивное решение. Когда история математики фиксирует такого рода артефакты, значимые для теоретического мировоззрения, то всегда рядом с ними находится глубокий смысл, выраженный на философском языке, хотя язык философии по сравнению с языком математики более расплывчат и менее определен.

Как и в естественном языке, а особенно в философском языке, контекст в математическом языке и особенно языке преподавания математики играет при этом достаточно важную роль и не может не учитываться. В обучении математике философов остро стоит проблема мотивации – сначала убедить студента-гуманитария в полезности для него математики, а затем уже попытаться присоединить его к «сонму посвященных». Древние греки впервые заговорили на языке, который понятен современному математику. В действительности каждый раздел математики пользуется своей символикой, поэтому язык математики следует признать понятием еще более трудно определенным, чем понятие «естественный язык». Основой человеческой культуры является язык, в частности язык математики, как специальный вид языковой деятельности. Изучение языка математических формул нельзя сравнивать с изучением родного языка, который в отличие от первого воздействует на нас непрерывно. Самым поразительным в математическом языке является то, что применяя формальные правила к математическим утверждениям, можно получить утверждения, которые несут новое знание. Однако язык современной математики обладает практически теми же недостатками, что и язык философии, содержащий определенные вольности речи, «умолчания – подразумевания» и специально не оговоренные «условности – метафоры», поскольку постоянное обращение к наиболее общим мировоззренческим вопросам человеческой жизни предполагает неустранимую неопределенность в использовании любой философской терминологии.

Напомним, что через изучение математики эллины выражали свою «любовь к мудрости». Полагая, что «математика есть философия», а «философия есть математика», пифагорейцы считали математику и философию единым и неразличимым знанием. Во времена Сократа было трудно представить, чтобы математик не был также философом, как, впрочем, и наоборот. В XX веке разрыв понимания между математиками и философами, в связи все возрастающей сложностью математической аргументации, только увеличился. Как констатирует физик и философ науки Д. С. Чернавский: «До Гегеля известные философы, включая Канта, знали математику, более того, считать себя философом, не будучи знакомым с математикой, было просто неприлично. После Гегеля в философии появилось много представителей описательных наук, не знакомых с математикой, а в последнее время можно стать философом, вообще не будучи специалистом ни в каких других науках» [3, с. 230–231]. Одно только это обстоятельство является достаточным основанием для беспокойства за качество обучения философов и заинтересованного рассмотрения подходов к обучению математике. Способ построения и преподавания университетского курса математики для философов, соответствующий историко-методологическому пути развития математики, показывает динамическое развитие математики со всеми ее временными несовершенствами и проблемами, как и любой другой «живой науки». Важнейшим понятием гуманитаризации математического образования является категория «живого знания», которая представляет собой важный промежуточный результат в стремлении разума к постижению истины.

Математический, естественнонаучный и гуманитарный типы мышления отличаются, прежде всего, способами моделирования действительности. В связи с этим поразительно, что те, кто ничего не знает о современной математике, все же обеспокоены ее целостностью. Математика относится к такому роду специальных профессиональных занятий, результатами которого философ может воспользоваться, хотя философское знание существенно опирается на «костыли» внутренних интересов и ценностных методологий, даже если они изначально не поддаются узнаванию. В XX веке этот разрыв понимания увеличился, хотя мы были свидетелями неоднократного повторяющейся ситуации, непостижимой не только для философов, но и для физиков, когда математический аппарат, необходимый для обоснования «парадигмальных концепций», был создан в связи с естественными внутренними проблемами развития математики, задолго до появления этих концепций. Заметим, что среди математиков и философов нет единого мнения относительно природы математической реальности, но, ни физики, ни философы не дали и сколько-нибудь убедительного описания даже физической реальности. Реальность кажется нам изменчивой и противоречивой, подобно «платоновской тени», поэтому все же лучше опираться на научное видение мира, которое невозможно без математических знаний.

Нельзя не отметить новые тенденции математического образования, связанные с важным поворотом в содержании современной математики, а именно, то, что математические идеи стали широко проникать в гуманитарную сферу. Но это вовсе не означает, что математику для гуманитариев не надо преподавать научно, то есть, отслеживая весь ход мысли, на соответствующем доступном им уровне строгости, а с помощью рекламно-сказочных объяснений. Прибегая только к рецептурному преподаванию математики, преподаватель неизбежно понижает уровень развития общей культуры мышления студентов. В университете мы значимся не учителями, а профессорско-преподавательским составом, то есть, по существу, «давателями предмета», не имеющими морального и юридического права вторгаться в жизнь студентов. Для большинства студентов общение с преподавателем ограничивается семинарскими или практическими занятиями. Если для наиболее сознательных студентов математическая лекция – это определенное «преодоление себя», то для заинтересованного самим процессом обучения профессора – это удовольствие от возможности общения с молодежью, понимающей то, что им говорят. Но когда он видит не реагирующие ни на что глаза или явно не заинтересованные лица, для которых «высшее образование как высшее наказание», то это разрушает самоощущение смысла того, ради чего он собственно находится в учебной аудитории.

Решению этой проблемы может способствовать подключение к изложению математического материала сведений философского и исторического характера. Современная математика трудная наука, даже философский анализ ее положений бывает весьма сложен, а многие методологические проблемы обоснования математики остаются неразработанными. Соответствующие трудности обусловлены, прежде всего, тем, что понимание математики не может быть адекватно интерпретировано на основе имеющихся интуитивных представлений об этой фундаментальной науке. Говоря о философском анализе математики можно сослаться на мнение итальянского философа и математика Габриэле Лолли, согласно которому философия математики имеет, по меньшей мере, две сущности: «С одной стороны, это философия в чистом виде, и она не имеет ничего общего с математикой. С этой точки зрения, для любого математика совершенно позволительно и, даже, вполне допустимо не понимать эту науку или совсем ее проигнорировать. Однако, с другой стороны, она несомненно связана с развитием математики как через обмен идеями и мыслями, высказанными и воспринятыми математиками, так и посредством влияния, которое она оказывает как общекультурный фактор» [4, с. 45]. С точки зрения философов, обретя внутреннюю специфику, философия математики осознала себя как область, имеющая значение для решения не только чисто философских проблем.

История математики представляет в концентрированном виде изложение успехов человеческого разума в борьбе с незнанием и неумением и является частью мировой культуры, созданной человеческим гением. История математики дает возможность понять закономерности развития математического знания. Она необходима также для стимулирования интереса не только к самой математике, но и к философским вопросам ее развития. Проницательный Готфрид Лейбниц, считавший, что история математики важна не только тем, что воздает должное каждому по их научным заслугам, но и, что особенно ценно во всяком обучении, учит искусству творчества. Мировоззренческая значимость философско-математического знания состоит в том, что развитие математики во многом определяет методологическую базу и интеллектуальный облик современной науки. В таком контексте история каждой науки – это аналитическое движение вглубь, соответствующее пониманию не только частей, из которых состоит конкретное научное знание, но и понять изучаемую науку как нечто целое. Историзм в изложении математики особенно важен на начальных этапах ее освоения, начиная от школьников и кончая студентами университета. Прежде всего, это необходимо для тех студентов-философов, которые обладают самыми поверхностными представлениями о современной математике.

В философских науках, ориентированных на постижение человеческого духа и раскрытие тайных смыслов приоритеты со строгого научного объяснения смещаются на понимание. Именно в математике есть та логичность, последовательность и строгость, которая нужна для обсуждения общезначимых проблем. Поэтому так важна математика как основа самого основного языка – философского, на котором стремятся наукообразно говорить многие гуманитарии. Математические определения не могут быть ошибочными, так как математическое понятие содержит в себе именно то, что в нем указывается по определению. Математики стараются не позволять основным философским вопросам нарушать их душевный покой. Даже если тот или иной философ возражает против математического способа понимания, то можно не обращать на это внимания, так как философы ставят под вопрос все, о чем они говорят. В отличие от математиков у них никогда не бывает упорядоченного набора аксиом. Поэтому философские дефиниции с определенностью и ясностью должны не предварять философские объяснения, а скорее завершать любой философский труд простотой, достоверностью и убедительностью внутренней аргументации.

С точки зрения эмоциональной компоненты математического образования философов, преподавателям математикам вряд ли нужны какие-либо дополнительные аргументы в пользу важности эстетической составляющей в математике. Значение эмоциональной составляющей проявляется в интуитивном схватывании возможных решений философских задач, пробуждая у человека позитивные ассоциации. Востребованность философии, по мнению математика А. А. Зыкова, определяется тем, что «для правильного понимания сущности тех абстракций, на которых построена математика, правильного подхода к определению предмета современной математики, систематическому ее изучению должно предшествовать пусть краткое, но достаточно четкое введение философского характера» [5, с. 4]. Гораздо больше из современной математики может быть объяснено студентам-философам, заинтересованным в своей профессии, на уровне общезначимой идеи. Это одно из проявлений «свободы мысли», имеющей непреходящее значение, как свобода высказывания того, что этого заслуживает. В ходе дедуктивного вывода, составляющего суть математического метода, происходит нечто, как говорят интуиционисты, со «средой свободного становления», которая не поддается прямому сопоставлению с описываемой реальностью. Человек свободен, когда выбирает, а если он осознает свой выбор, то он отвечает за него и принимает на себя всю ответственность.

В заключение следует отметить, что абстрактный мир математики редко открыт непосредственному восприятию. Математический текст со строгими дедуктивными выводами и способностью точно передавать информацию нельзя отождествить с исходной математической идеей. Но в Древней Греции построение математической теории приобрело статус респектабельного занятия, поскольку понятие аксиоматической системы было интеллектуально привлекательным. В великий век греческого рационализма в математике был достигнут такой уровень, который не смогли превзойти до XVI столетия. Дедуктивный метод – это система рассуждений, использованная Евклидом при построении геометрии, с которой знакомы все, кто учился в общеобразовательной школе. Сначала даются строгие определения понятий, которые будут использоваться в математических построениях, затем определяют правила действий с ними и связывающие их соотношения, например аксиомы и леммы. После этого в процессе вывода применяются лишь логические операции и доказанные математические утверждения, а трудности с восприятием математики происходят из-за того, что где-то произошел «разрыв понимания». Даже разовое недопонимание вспомогательного материала может вырасти в «снежный ком непонятого», хотя жизнь давно уже поставила под сомнение исключительность логических императивов в сфере познания как эффективного средства убедительности.

Университетский курс «Основы высшей математики для философов» в идеале должен читаться не только математически, но и философски образованными людьми, представляющими заинтересованным студентам-философам мировоззренческую глубину философско-математических проблем. В качестве соответствующей проблемной темы для философов приведем авторскую лекцию «„Символ философской простоты", или почему для натуральных чисел справедливы законы арифметики?» [6]. При объяснении методологических основ математики редко обращают внимание на такой аспект познавательного процесса как перенос объяснения с одной математической теории или используемой математической аргументации на другую теорию. Заметим, что «объяснением» имеется в виду логическое выведение утверждений, точнее, их дедукция, которая описывает объясняемое, исходя из других уже ранее установленных или доказанных математических предложений. При переносе когнитивных смыслов из одной темы в другую может проявиться «парадокс транзитивности объяснения». Речь идет о том, что в образовательном процессе транзитивность объяснения на каком-то шаге может гипотетически наткнуться на разрыв понимания. В качестве такого рода поясняющего примера можно привести лекцию «„Расширение методологического горизонта", или философская сущность принципа математической индукции» [7]. Хотя выбор конкретных тем для будущих философов бывает не всегда удачен для отдельных студентов, поскольку не любая аргументация может быть одинаково понятна и интересна для студентов с сильно различающейся школьной математической подготовкой.

В том, что представляется истинным математику, студента-философа еще предстоит убедить. В этом состоит проблема понимания, так как согласно закону тройного понимания: «чтобы тебя понимали, ты сам должен понимать свое понимание». Изучая основы современной математики, философы имеют реальную возможность раскрыть свой креативный потенциал в философских исследованиях, а также с помощью хорошо аргументированного материала понять достоинства дедуктивных рассуждений. Пытливый ум требует убедительных доказательств высказываемых истин. Математические рассуждения подготавливают содержательное философское умозрение, поскольку истина должна существовать онтологически, чтобы ее можно было увидеть умом, то есть познать гносеологически. Положительно отвечая на актуальный вопрос, поставленный в названии этой статьи, заметим, что изучая современную математику в университете, философы имеют возможность убедиться в том, что можно считать настоящим основанием серьезной науки и надежным фундаментом для дальнейшего исследования, а также на математическом профессионально ориентированном материале понять, что такое строгая логика рассуждений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кант И. *Из рукописного наследия.* М.: Прогресс-Традиция, **2000.** 752 с.
2. Манин Ю. И. *Математика как метафора.* М.: МЦНМО, **2008.** 400 с.
3. Чернавский Д. С. *Синергетика и информация (динамическая теория информации).* М.: Едиториал УРСС, **2004.** 288 с.
4. Лолли Г. *Философия математики: наследие двадцатого столетия.* Нижний Новгород: Изд-во НГУ им. Н. И. Лобачевского, **2012.** 299 с.
5. Зыков А. А. *Логико-философское введение в высшую математику.* Одесса: Астропринт, **2008.** 120 с.
6. Еровенко В. А., Яблонская Н. Б. «Символ философской простоты», или почему для натуральных чисел справедливы законы арифметики? // *Философия и социальные науки.* **2009.** №3. С. 60–67.
7. Еровенко В. А., Мартон М. В. «Расширение методологического горизонта», или философская сущность принципа математической индукции // *Философия и социальные науки.* **2012.** №1/2. С. 45–52.

Поступила в редакцию 06.12.2013 г.

WHETHER PHILOSOPHERS NEED CONTEMPORARY MATHEMATICS?

© V. A. Erovenko

Belarusian State University
4 Independence Avenue, 220030, Minsk, Belarus.
Phone: +375 (017) 209 50 48.
E-mail: erovenko@bsu.by

The article discusses the various problems of mathematical education of philosophers. Even a negative school experience of practical development of mathematics gives an idea of mathematics as a special item that requires in-depth study to understand it as a whole. Knowledge of mathematics dispassionately verifies readiness to grasp an abstract philosophical reasoning. The true goal of mathematical education of philosophers is not just the acquisition of specific knowledge but first of all the development of thinking or intelligence aimed at cognition which is sometimes called philosophy. In this paper we are trying to answer the question: how and why mathematics is useful for university philosophical education? In particular, speaking about the course of modern mathematics for philosophers it is emphasized that professional philosophers are in a special position – they need modern mathematics as a component of the general methodology of cognition, so not separate details of mathematical techniques but basic mathematical principles are important for them. In the context of understanding mathematics, the mathematical course for philosophers should be based on methodological foundation, where the main role is devoted to the priority philosophical questions, developing mathematical ideas, taking into account the role of the emotional components of modern mathematical education.

Keywords: *mathematical knowledge, the problem of understanding, philosophical education.*

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at edit@libartrus.com if you need translation of the article.

Please, cite the article: Erovenko V. A. Whether Philosophers Need Contemporary Mathematics? // *Liberal Arts in Russia*. **2013**. Vol. 2. No. 6. Pp. 523–530.

REFERENCES

1. Kant I. *Iz rukopisnogo naslediya [From the Manuscript Heritage].* Moscow: Progress-Traditsiya, **2000.** 752 pp. [In Russian].
2. Manin Yu. I. *Matematika kak metafora [Mathematics as a Metaphor].* Moscow: MTsNMO, **2008.** 400 pp. [In Russian].
3. Chernavskii D. S. *Sinergetika i informatsiya (dinamicheskaya teoriya informatsii) [Synergetics and Information (Dynamic Information Theory)].* Moscow: Editorial URSS, **2004.** 288 pp. [In Russian].
4. Lolli G. *Filosofiya matematiki: nasledie dvadtsatogo stoletiya [Philosophy of Mathematics: Legacy of the Twentieth Century].* Nizhnii Novgorod: Izd-vo NGU im. N. I. Lobachevskogo, **2012.** 299 pp. [In Russian].
5. Zykov A. A. *Logiko-filosofskoe vvedenie v vysshuyu matematiku [Logical-Philosophical Introduction to Higher Mathematics].* Odessa: Astroprint, **2008.** 120 pp. [In Russian].
6. Erovenko V. A., Yablonskaya N. B. // *Filosofiya i sotsial'nye nauki.* **2009.** No. 3. Pp. 60–67. [In Russian].
7. Erovenko V. A., Marton M. V. // *Filosofiya i sotsial'nye nauki.* **2012.** No. 1/2. Pp. 45–52. [In Russian].

Received 06.12.2013.