

DOI: 10.15643/libartrus-2018.2.1

Идеи Брауэра в контексте философии

© М. В. Клишина¹, В. П. Казарян^{2*}

¹Карагандинский экономический университет Казпотребсоюза
Казахстан, 100009 г. Караганда, Академическая, 9.

²Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Россия, 119991 г. Москва, Ленинские горы, 1.

*Email: kazaryanvp@mail.ru

Статья посвящена творчеству выдающегося голландского математика Л. Э. Я. Брауэра в связи с юбилеем его идеи о возможности иной, новой математики – интуиционистской математики. Показана эвристическая ценность его творчества, проторившего новые тропы как для развития науки, так и для понимания природы научного исследования. В статье его творчество представлено как целостность синтеза человеческого деятельного (волевого) начала и математического, логического и мировоззренческого начал. Раскрыто отличие содержания основных положений интуиционистской математики от принципов классической традиционной математики. Уточнена позиция Брауэра по поводу логицизма и формализма в обосновании математики. Рассмотрено решение Брауэром вопроса об отношении математики и языка, о трактовке природы математической очевидности. Кроме того, в статье существенное внимание уделено интуиционистскому подходу в решении проблемы интуиции и исследованию роли личностного, человеческого, начала в математической деятельности. Рассмотрена критическая позиция К. Поппера, позволяющая отметить интересные моменты в учении Брауэра. Отмечена переключка философских идей Брауэра с идеями философии жизни, феноменологии, экзистенциализма.

Ключевые слова: математика, интуиционизм, интуиция, время, философия математики, основания математики.

Прошло 110 лет с того времени (1907), когда Л. Э. Я. Брауэр в своей диссертации «Об основаниях математики» выдвинул идею интуитивистского истолкования математики, а столетие назад, в 1918 г., Брауэр завершил работу «Обоснование теории множеств независимо от логического принципа исключенного третьего». В этой работе Л. Э. Я. Брауэр выдвинул идею о том, что математику нужно не обосновывать, а изменить: нужно строить ее по-другому. И это было предложено в тех условиях, когда весь математический мир в лице своих лучших и выдающихся представителей был озабочен проблемой оправдания классической математики, т.е. поиска твердого, незыблемого основания математического знания. Основания классической математики рушились вследствие того, что были обнаружены парадоксы в теории множеств Кантора. Она же виделась средством, обеспечивающим представление всей математики посредством понятия множества, т.е. теоретико-множественного представления математики – как ее основание, фундамент. Стройное, как казалось, здание математики разрушилось. Тревожное настроение, охватившее тогда математиков, выразил Д. Гильберт (1862–1943), признанный после смерти А. Пуанкаре (1854–1912) самым выдающимся математиком, следующими словами: «Состояние, в котором мы находимся сейчас в отношении парадоксов, на продолжительное время невыносимо. Подумайте: в математике – этом образце достовер-

ности и истинности, – образование понятий и ход умозаключений, как их всякий изучает, преподает и применяет, приводят к нелепостям. Где же искать надежность и истинность, если даже само математическое мышление дает осечку?» [14]. Были выдвинуты программы обоснования математики: логицизма (Б. Рассел, А. Уайтхед), формализма (Д. Гильберт), интуиционизма (Л. Э. Я. Брауэр).

В самом начале XX в. Лейтзен Эгберт Ян Брауэр, будучи совсем еще молодым голландским топологом, разработал радикальный план выхода из кризисной ситуации. Он предложил полностью освободить математику от какой-либо апелляции к учению Кантора. В процессе разработки интуиционистской математики Брауэр предлагал строить математические объекты, исходя не из определения понятия множества, как это требуется по Кантору, а основываться на «умственных построениях», которые должны быть прозрачно сформулированы и интуитивно ясны. Вместе с ними в математику вошли бы динамика и незавершенные математические объекты – «свободно становящиеся последовательности». Такая завершенная канторовская сущность, как континуум, состоящий из завершенных действительных чисел, предстала у Брауэра как возможность, как среда их свободного становления. В качестве базовых интуитивно ясных понятий Брауэр выделяет натуральные числа, операции сложения и умножения, математическую индукцию, т.е. арифметику натуральных чисел, основывая ее на интуиции времени.

Л. Э. Я. Брауэр бросил вызов логицистскому и формалистскому истолкованию математики. «Брауэр, будучи блестящим геометром, стал непримиримым оппонентом Гильберта не только на поле философии математики, но также и в академических дискуссиях. Гильберт был напуган его успехом в вопросе оснований и говорил об интуиционистской революции как о путче. В итоге он для защиты математики от угрозы Брауэра серьезно занялся теорией доказательств» [11, с. 201–202].

Интуиционизм оформился в работах Брауэра (1881–1966), Гейтинга (1898–1980), Вейля (1885–1955). Формализация интуиционистских принципов осуществлена в 20-х гг. прошлого века А. Н. Колмогоровым (1903–1987), В. И. Гливенко (1897–1940) и А. Гейтингом. Г. Вейль в 1946 г. сказал: «Сейчас мы менее чем когда-либо уверены в первичных основаниях математики и логики. Мы переживаем свой «кризис» подобно тому, как переживают его все и вся в современном мире» [16]. В докладе «Сознание, философия и математика», сделанном в 1948 г., Брауэр, к тому времени уже всемирно известный математик, много сделавший для осмысления сущности происходящих в математике процессов, приведших к рождению неклассической математики и новому пониманию оснований математики, рассмотрел понятие субъекта, создающего некую математическую конструкцию, т.е. он сформулировал свое видение идеального математического объекта как чистой конструкции ума. Многие математики выражали озабоченность по поводу разработки новой, интуиционистской, математики. Гильберт, например, писал: «Вейль и Брауэр стремятся спасти математику, выбрасывая за борт все, что причиняет беспокойство... Они крошат и рубят науку. Если бы мы приняли такую реформу, которую они предлагают, то подверглись бы риску потерять большую часть наших самых ценных сокровищ» [14].

Критическая направленность идей Брауэра по отношению к классической математике, «...заставила – как писали Бурбаки, – своих противников, т.е. подавляющее большинство математиков, уточнить свои позиции и яснее осознать причины... их веры в математику» [6, с. 53]. Г. Вейль в 1944 г. в научном некрологе «Давид Гильберт и его математические труды», писал:

«Л. Э. Я. Брауэр своим интуиционизмом открыл нам глаза и заставил увидеть, насколько далеко общепринятая математика выходит за рамки таких утверждений, которые могут претендовать на реальный смысл и истинность, основанную на очевидности. Мне жаль, что в своей оппозиции Брауэру Гильберт никогда открыто не признал, насколько он, равно как и другие математики, в долгу перед Брауэром за это его открытие» [9, с. 241]. Брауэр обратил внимание математиков на то, что математика – это не только логика и не только формулы.

Интуиционизм исходит из качественно иных предпосылок, нежели классическая математика. Прежде всего, это – отказ от применения закона исключенного третьего к бесконечным множествам, а тем самым – от абстракции актуальной бесконечности, от возможности доказательства существования математических объектов с помощью «доказательства от противного». Тем самым, вместо задачи обоснования классической математики фактически ставится задача перестройки математики на новых, интуиционистских, принципах. Подобная перестройка, по мнению интуиционистов, и представляет собой решение самой проблемы обоснования математики.

Как бы в дальнейшем не изменялись взгляды на обоснование математики, не учитывать того, что сделано в этой области Брауэром, не может уже ни один специалист, занимающийся обоснованием математики или философией науки. Очень современной представляется идея Брауэра о том, что математика, наука и язык есть ничто иное, как проявления человеческой деятельности, направленной на овладение природой. Источник этих проявлений Брауэр обнаруживает в операциях трех видов: в математической реконструкции, математической абстракции и во внушении воли посредством звуков. В 20-е гг. прошлого столетия Брауэром была разработана концепция цивилизации, которая должна была подкрепить философскую интерпретацию сущности математического познания и его места в жизни человечества [3, с. 417–428]. Согласно Брауэру, мир может быть представлен совокупностью отделяющихся от «Я» и сохраняемых памятью моментов спонтанно текущих жизненных потоков всех людей.

Математическое созерцание Брауэром при этом «трактуется как волевая активность на службе инстинкта самосохранения индивидуума». Математическое созерцание «осуществляется в двух фазах – фазе временной и фазе причинно-следственной установок». «Временная установка» является ничем иным, как интеллектуальным феноменом расщепления определенного жизненного момента на две качественно различные составляющие, причем одна из которых последовательно сменяет другую, но первая при этом сохраняется в памяти» [5, с. 249]. При этом одновременно расщепленный момент жизни отделяется от «Я» и переносится в «мир созерцания». Построение основного здания математики, по мнению Брауэра, стало возможным только на высших ступенях культуры, и только через математическую абстракцию. Посредством математической абстракции уничтожали двойственность ее содержания и сохраняли ее, как пустую форму и общий субстрат всех свойств. «Первоинтуиция» математики есть субстрат всех свойств, генезис которых выстраивает бесконечность как реальность. Это приводит, таким образом, сначала к созданию системы натуральных чисел, затем – системы действительных чисел, и, наконец, к созданию всей математики.

Математика, согласно Брауэру, есть не теория (система правил и предложений), а некоторая, весьма существенная часть человеческой деятельности, метод обращения с человеческим опытом, состоящий в том, что основное внимание сосредотачивается на каком-то одном из наших восприятий и на различении этого восприятия от всех остальных. Отвергая чувственную интуицию, Брауэр, тем не менее, не отрицает вообще чувственного познания, опыта. Он

допускает, как следствие, вытекающее из его концепции цивилизации, возможность научения уму, что предполагает возможность постижения тайны творческого процесса [3, s. 417–428].

Противопоставляя свое учение логицизму и формализму, Брауэр развивает свое учение об интуиции, которое долгое время развивалось, эволюционируя от интуиции времени к интуиции континуума. Первым этапом брауэровского учения об интуиции была его концепция интуиции времени как интуиции, порождающей натуральный ряд чисел. Брауэр разделяет взгляды Канта на существенное значение интуиции времени в математике. Но в отличие от Канта, Брауэр отрицал ее чувственный характер, и интуиция времени у Брауэра трансформировалась в интеллектуальную интуицию. Интуиции времени играла принципиальную роль в объяснении интуиционистами математической деятельности. С принципом полной индукции у Брауэра тесно связана интуиция времени, которой Брауэр придавал большое значение: он постулировал тесные взаимосвязи между интуицией времени и чистой математикой. Интуиция времени – это исходное, это – данность, очевидное – для трактовки натурального ряда числа, операций сложения и умножения, математической индукции [3, 5].

Согласно Брауэру, при исследовании возникновения математических систем, интуиционисты исходят из того, что они были получены посредством «первоинтуиции двуединства». Интуиция «связанная» и интуиция «дискретная» находятся во взаимосвязи, потому что «дискретная» интуиция мыслится не сама по себе, а через удержание воспоминания первой. В результате, «первое» и «второе» будут связаны, и в этой связности и *возникает* интуиция связности. Эта математическая «первоинтуиция» – есть ничто иное, как бессодержательная абстракция временных отношений, т.е. совместное ощущение «прочного» и «убывающего», или «постоянного» и «изменяющегося». «Первоинтуиция» содержит в себе возможность двух путей развития: во-первых, как конструкция упорядоченного типа, когда вся «первоинтуиция» полагается как новое «первое», можно домыслить новое «второе», которое назовут «три» и т.д. Во-вторых, как конструкция упорядоченного типа, когда «первоинтуицию» ощущают как отношение (переход) между «первое для себя» и «второе для себя», и в итоге возникает «межсоединение» [3, s. 417].

В докладе «Сознание, философия и математика», сделанном в 1948 г., Брауэр рассматривает распадение отдельных моментов на качественно различные части, отделенные временем, как фундаментальное явление человеческого интеллекта. Брауэр использует понятие интуиции «чистого двуединства». Интуиция «чистого двуединства» в результате распада жизненных моментов, разделенных временем, дает возможность различать два из них. Эта основная интуиция математики, согласно Брауэру, создает не только числа «один» и «два», но также конечные порядковые числа, т.к. один из элементов может быть принят как новое «двуединство», процесс повторения может быть неограничен. Брауэр считает распад жизненных моментов на качественно различные части первичным фактом человеческого интеллекта, а абстрагирование от распада всякого чувственного содержания в «первоинтуиции двуединства» – первичным фактом математического мышления [7, с. 87]. Благодаря тому, что всякий раз «одно становится двумя», возникает схема деления одномерного континуума. Точно так же возникают числа в соответствии со способом записи в двоичной системе.

Изначальная интуиция целого числа является исходным, первичным понятием. Поскольку Брауэр не определил понятие исходной интуиции целого числа (основной интуиции математики, праинтуиции), исследователи интуиционизма расходятся в интерпретации учения об

интуиции целого числа. Если под изначальной интуицией понимать результат полной математической индукции, то в этом нет ничего, вызывающего на себя «огонь критики». В результате редукции математического обоснования Брауэр дошел до интуитивного фундамента полной индукции, который был впервые сформулирован Блезом Паскалем (1654) и Яковом Бернулли (1686). Принцип полной индукции принес, по словам Г. Вейля, «с собой в математические доказательства совершенно новый и своеобразный момент, чуждый аристотелевской логике, он-то и составляет подлинную душу искусства математического доказательства» – а, именно, принцип полной индукции, служащий для определения и выбора, который «представляет собой собственную и единственную силу математики» [7, с. 109]. В этом пункте идейным предтечей Брауэра является А. Пуанкаре.

По словам Г. Вейля, по сути, «интуиция сущности, из которой проистекают общие суждения, опирается всегда на так называемую полную индукцию. Она не нуждается в дальнейшем обосновании, да и не способна к нему, ибо она есть ничто иное, как математическая интуиция еще одного раза» [10, с. 33]. Согласно Брауэру, на основании принципа полной индукции изначальная интуиция натурального числа порождает натуральный ряд чисел, основу интуиционистской математики. Дело осложняется тем, что изначальная интуиция целого числа в понимании Брауэра не сводится только к использованию этого принципа (Пуанкаре также не сводил интуицию к применению полной индукции). Принцип полной индукции лишь опирается на интуицию целого числа, но не сводится к ней. Полная математическая индукция вытекает из математического построения, которое в «праинтуиции» математики уже имеет свое оправдание.

Брауэр приписывает интуиции разнообразные функции. Брауэровская интуиция не есть, во-первых, интуиция чувственная, ибо она не опирается на представление. Она не есть, во-вторых, «сверхчувственная» и «сверхразумная» интуиция мистиков. В-третьих, не следует смешивать интуицию Брауэра с интуицией «старых» рационалистов – Декарта и Лейбница. Если мистическая интуиция есть видение потустороннего, запредельного по отношению к явлениям, принципиально отделенного от явлений, то Брауэр ограничивает сферу познания. Он не допускает включения в круг умозрения ничего потустороннего, трансцендентного. Как и для рационалистов, для Брауэра органом интуитивного усмотрения является интеллект, но он решительно отверг метафизическое понимание интуиции как статического, неподвижного усмотрения. Брауэр считал, что математика есть «более деяние, чем учение». Вейль в полном согласии с Брауэром поясняет, что интуиция, или созерцание, о котором говорят интуиционисты, вовсе не представляет собою состояния покоя, из которого оно никогда не может выйти [7–8]. Интуиция математического интуиционизма не есть интуиция ставшего, данного, завершеного, замкнутого, наличного в своей завершенности. «Существенно важно, что Брауэр вновь укрепил нас в стремлении к интуитивно данному. В его анализе отчетливо выступает содержание изначальной математической интуиции, и ему поэтому свойственна свободная от какой-либо загадочности ясность. Но наряду с брауэровским подходом следует продвигаться и по предложенному Гильбертом пути, ибо нельзя отрицать, что в нас жива непонятная с точки зрения чистого феноменализма потребность в теории, творческий порыв которой к символическому изображению трансцендентного нуждается в удовлетворении» [7, с. 32–33].

Характеризуя полемику Брауэра с его противниками, Вейль подчеркивает, что в своей основе математика тесно сплетается с общими вопросами теории познания. Здесь находит свое

выражение изначальная противоположность между «бытием» Парменида и «становлением» Гераклита, когда «...момент текучести стал полновластным господином над неизменностью. Брауэр построил строгую математическую теорию континуума, рассматривающую последний не как некоторое застывшее бытие, но как *среду свободного становления*. Это событие является достижением величайшего теоретико-познавательного значения» [8, с. 22]. Понятие о математическом объекте есть, согласно взглядам интуиционистов, понятие об объекте становящемся, появляющемся не как целиком или вполне данное, а как данное лишь посредством построения.

Для Брауэра математика – это наука, отвергающая логику в качестве источника математических истин, которая все теоремы получает методом интроспективного конструирования. В качестве критерия истины Брауэр выдвинул интуицию и этим вызвал огонь критики на себя, ибо понятие интуитивной ясности не определено. Гейтинг в 1960 г. признал, что понятие интуитивной ясности в математике не является интуитивно ясным, и построил нисходящую шкалу «степенной ясности». В попытке найти окончательное обоснование интуитивной ясности проявилось противоречие во взглядах Брауэра. С одной стороны, его идеи раз и навсегда разрушили иллюзии и надежды на возможность окончательного обоснования математики, с другой – он пытался доказать, что подобное обоснование для математики существует – конечно, не в формальной непротиворечивости, как считал Гильберт, а в интуитивной очевидности. Идеи Брауэра, продолжающие традицию Пуанкаре, были выдвинуты и отстаивались им в жесткой полемике с логицистами и формалистами.

Наиболее важные результаты брауэровского учения об интуиции заключаются в следующем: идея о наличии интуитивных, несводимых к логике элементов в математическом познании, отстаивание за интуицией права на существование в математическом творчестве. За интуицией в обосновании математики было признано право на существование. И в этом немалая заслуга Брауэра и его последователей. Но Брауэр объявил интуицию единственным источником математических понятий, критерием истинности в математике, средством окончательного обоснования интуиционистской математики. В результате этого интуиция оказалась у него и основным путем познания истины, и своеобразным творческим процессом, не связанным с языком, и методом интроспективного конструирования.

В гносеологии интуиционизма очень важной является идея историчности логических форм, определенной иерархии степеней очевидности, недопустимости смешения математики с языком математики, признание внелогического характера обоснования математики. В содержательном мышлении природа интеллектуальной деятельности вовсе не исчерпывается логической стороной, а содержит чувственный и подсознательный аспекты, составляющие необходимые предпосылки, предположения, догадки «правдоподобного рассуждения», рождение гипотезы, идеи. Обособление логического от интуитивного в процессе обоснования, абсолютизация роли логического искажают действительную природу творческого мышления, природу математики. На уровне обоснования интуиция выступает в особом варианте, который можно назвать конструирующей интуицией.

В этом моменте нельзя обойти вниманием анализ интуиционизма со стороны влиятельного философа науки К. Поппера (1902–1994). Программа Брауэра оказалась столь мощной и не укладывающейся в общепринятые принципы исследования эпистемологических проблем, что Поппер был вынужден специально остановиться на творчестве Брауэра. Поппера беспокоило то, что огромный пласт науки в лице математики, если следовать Брауэру, выпадал из

третьего мира. В попперовской концепции роста научного знания наука должна жить и эволюционировать в «третьем мире» без познающего субъекта. Согласно же Брауэру, математика свершается во «втором мире», где пребывает-творит математик, а «третий мир» полезен только для научных коммуникаций. Язык, символы, логика имеют второстепенное значение. Для Брауэра важен живой, полнокровный, целостный математик – персона, человек, погруженный в жизнь. Идея ученого как рационального гносеологического субъекта, которая господствовала в философии математики, была недостаточна для выражения его понимания развития математики. Для Поппера же важнейшим принципом эволюции науки, понимаемой как смена проблем, выраженных в языке, являлся принцип знания без познающего субъекта – «третий мир» научного знания, критика проблем, научная дискуссия посредством аргументативной функции языка.

Поппер писал: «...я хочу отдать дань уважения Л. Э. Я. Брауэру. Было бы самонадеянным для меня хвалить и тем более самонадеянным критиковать Брауэра как математика. Однако, возможно, мне будет позволительно критиковать его эпистемологию и его философию интуиционистской математики. Я осмеливаюсь на это только в надежде сделать вклад, каким бы он ни был маленьким, в прояснение и дальнейшее развитие идей Брауэра» [13, с. 129]. Прежде всего, Поппер не считает Брауэра кантианцем. Как считает Поппер, в отличие от Канта Брауэр в условиях теории относительности «мог бы сохранить свою собственную теорию личного времени – времени нашего собственного личного и непосредственного опыта (см.: Vroouwer, 1949). Относительность никак не влияет на эту его теорию, хотя и влияет на теорию Канта» [13, с. 130]. Но, полагает Поппер, «мы не можем так уж легко обособлять его от Канта, ибо идея интуиции у Брауэра и использование им термина «интуиция» не могут быть полностью поняты без анализа такой его предпосылки, как кантовская философия. Для Канта интуиция *есть источник знания*. И «чистая» интуиция («чистая интуиция пространства и времени») является неисчерпаемым источником знания: из нее берет начало *абсолютная уверенность* (certainty). Это чрезвычайно важно для понимания идей Брауэра, который явно заимствует у Канта эту эпистемологическую концепцию» [13, с. 130]. Поппер предлагает отказаться от философии интуиции как непогрешимого источника знания: ничто не является несомненным, и все мы подвержены ошибкам. К тому же Поппер не принимает кантовское четкое различие интуиции и дискурсивного мышления, ибо интуиция, с его точки зрения, в значительной степени является продуктом культурного развития и успехов в дискурсивном мышлении.

Другую важную черту учения Брауэра Поппер видит в решении им вопроса об отношении между математикой, с одной стороны, и языком и логикой, с другой. «Брауэр решил данную проблему тем, что провел четкое различие между *математикой как таковой* и *ее выражением в языке и ее коммуникативной функцией*. Математику саму по себе он рассматривал как внеязыковую деятельность, по существу, как деятельность мысленного конструирования на основе нашей чистой интуиции времени. Посредством такого конструирования мы создаем в нашей интуиции, в нашем уме объекты математики, которые впоследствии – после их создания – мы можем попытаться описать или сообщить о них другим. Таким образом, лингвистическое описание и дискурсивная аргументация со своей логикой появляются после, по существу, математической деятельности: их черед приходит только тогда, когда объекты математики – такие как доказательство – уже созданы» [13, с. 132]. Брауэр полагал, что для интуици-

ониста математические объекты существуют в человеческом уме, в то время как для формалиста они существуют на бумаге. Для Брауэра существование математических объектов может быть доказано только посредством их построения.

Это означает, в частности, что Брауэр не принимает платонистскую философию математики. Известно, что платонизм как философия математики, которую разделяют почти все чистые математики, испытывает большие трудности после опубликования двух статей П. Бенацерафа. «Чем могут быть числа», 1965 г. и «Математическая истина», 1973 г. В современной философии математики отмечается, что в этих работах П. Бенацерафа брошен вызов онтологии и гносеологии платонизма [11, 16]. Идеи Брауэра пробудили интерес к апологии антиплатонистских подходов в философии математики.

Как одно из великих достижений Брауэра, Поппер оценивает понимание Брауэром того, что «математика и ... весь третий мир созданы человеком». Эта идея является радикально антиплатоновской. Другим великим достижением Брауэра, считает Поппер, был его антиформализм: Брауэр признавал, что математические объекты должны существовать до того, как математик может о них говорить. (Но при этом, с точки зрения Поппера, являются мифом концепция интуиции как непогрешимого источника знания и концепция интуиции времени). Конечно, согласно учению Поппера, математика (а не только естественные науки) растет благодаря критике догадок и выдвижению смелых неформальных доказательств, а это предполагает языковую формулировку таких догадок и доказательств, и потому определяет их статус как элементов попперовского «третьего мира» [13]. «Язык, являясь вначале просто средством коммуникативного описания доязыковых объектов, превращается, в силу этого, в *существенную часть* научной деятельности даже в математике, которая, в свою очередь, становится частью «третьего мира» [13, с. 136]. Поскольку даже весьма компетентные математики-интуиционисты могут не соглашаться между собой по некоторым трудным вопросам, то рассматриваемые вопросы могут быть решены лишь путем использования аргументативной функции языка. Это означает, что язык становится не просто средством коммуникации, без которого можно, в принципе, обойтись – язык является необходимым средством критического обсуждения, дискуссии. Объективность даже интуиционистской математики опирается, как это имеет место во всех науках, на критикуемость ее аргументации. Поэтому Поппер считает ошибочной субъективистскую эпистемологию Брауэра и философское оправдание его интуиционистской математики. Поппер соглашался с Брауэром, когда Брауэр активно выступал против идеи понимания математики лишь как формальной языковой игры, т.е. подхода, суть которого заключается в отрицании существования внеязыковых математических объектов: «Брауэр был прав, когда активно выступал против идеи рассматривать математику *лишь* как формальную языковую игру, или, другими словами, считать, что не существует таких вещей, как внеязыковые математические объекты, т. е. соответствующие мысли (или, с моей точки зрения более точно – содержание таких мыслей). Он настаивал на том, что беседа на математические темы является беседой об этих объектах, и в этом смысле математический язык выступает как вторичное образование по отношению к этим объектам. Однако это вовсе не означает, что мы можем конструировать математику без языка: не может быть никакого конструирования без постоянного критического контроля и никакой критики без выражения наших конструкторов в лингвистической форме и обращения с ними как с объектами третьего мира» [13, с. 137].

Нельзя не заметить, что позиции Брауэра и Поппера кардинально расходятся в понимании того, как развивается наука. Прежде всего, для Брауэра наука невозможна без личностного начала, которое и обеспечивает формирование интуиции времени, которая положена в основу интуиционизма. Работы Брауэра всколыхнули интерес к проблеме природы математической очевидности, а также способствовали развитию исследований базовых оснований математического мышления. Стало понятно, что человек может быть предрасположен к математическому мышлению (аналогично тому, как он предрасположен к усвоению языка). В основе обоих этих явлений лежит, по-видимому, ментальное психологическое время человека. Очевидность течения времени выступает основой математической очевидности. Время понимается как поток, сращенный с бытием-жизнью (имманентный бытию-жизни), а не как временной порядок, что присуще науке при количественном представлении времени. Такое переживание времени не зависит ни от успехов физики, ни от способов его измерения. Оно носит качественный, а не количественный характер. В силу этого переживание выражает сам факт изменчивости, и потому вполне может иметь интерессубъективный характер и обеспечивать чистую интуицию времени, нужную Брауэру. Брауэр обращает внимание на то, что бытие человека – это жизненный поток. Он работает в рамках онтологии процесса – философской онтологии XX–XXI вв., в которой жизнь и время переплетены.

Двадцатое столетие было богато интересными и глубокими идеями и в науке, и в философии. Центральными в философии были проблемы науки и проблема человека. При этом противоречивость двадцатого века очевидна. Можно сказать, что добро и зло переплелись в схватке, «обнявшись крепче двух друзей». Выходят на первый план проявления изменчивости, эволюции, становления, деятельной активности человека. Эти проблемы проникают даже в такие весьма локальные области философии, как философия математики, и Брауэр ярко и самобытно выразил дух эпохи в своем учении. Осмысливая разворачивающуюся культурную ситуацию, философы предлагают строить онтологию иначе, чем это делали классики. В основу учения предлагают положить философию процесса. Не вещь с ее свойствами и отношениями занимает основополагающее место, а понятие процесса. Это влечет за собой выдвигание текущего времени, выражающего целостность процесса, как неотъемлемой компоненты бытия [10].

Онтология «текущего времени» выходит на передний план по сравнению со временем как отношением порядка – трактовкой, присущей физике и любой измеряющей науке. Это и А. Бергсон, и Ж.-П. Сартр, и все антропологическое направление в философии двадцатого века. Время как психическая реальность в рамках онтологии процесса было исследовано А. Бергсоном. Его трактовка времени коррелирует с идеей Брауэра о наличии временной последовательности психических явлений как очевидности, положенной им в основу математической очевидности. Но время, помимо последовательности, включает в себя и энергию движения. Время трактуется как «творческий порыв» у Бергсона. У Брауэра время проявляет себя как «воля к действию». Жизнь врывается в науку. Здесь не противопоставишь, по Гете – «теория, мой друг, суха, а древо жизни вечно зеленеет» – ибо теоретическое исследование не исчерпывается объективированной знаковой структурой. Все это есть результат деятельности человека, который можно при желании или при необходимости представить в виде знаковой структуры.

Перекликаются идеи Брауэра и с антропологическими мотивами учения о познании Э. Гуссерля (1859–1938). Но, по мнению Гуссерля, решение задачи обоснования знания состоит в выявлении сущностных, эйдетических зависимостей. Эйдосы – это такие смыслы, сущностные структуры разных типов предметности, которые даются непосредственно, интуитивно при особой установке сознания. Они ведут доязыковое существование, хотя и могут выражаться в языке. С точки зрения Гуссерля, переоценка значения мышления за счет недооценки фундирующих его интуиций заводит познание в тупик, ибо в дорефлексивном слое предпосылок научного познания укоренены первичные смыслы научного познания.

Заключение

Благодаря Брауэру проявляется человеческое в математике, хотя и не в форме дискуссии, как хотелось бы Попперу. Оказалось, что математика – это не только тексты и проблемы в «третьем мире», но и деятельность математика-человека, личности – деятельность волевая, творческая, делящаяся во времени. В этом отношении Брауэр выступает как идейный предшественник современной философии математики. Математику, оказывается, мы лучше поймем, если допустим исходный тезис: математика – это человеческая деятельность [11, 16]. Брауэр проложил путь к современной философии математики, трактующей математику как человеческое мероприятие со всеми вытекающими отсюда последствиями. Математика – это не только логика и не только формулы. Она не только в «третьем мире» без познающего субъекта Поппера, а еще и содержит в себе человеческое как личностную волевою способность математика к интуитивному построению (конституированию) математических объектов. Благодаря этим идеям Брауэра оживился интерес к исследованию проблемы интуиции и ее роли в познании. Интуиция – это источник личностного знания, это попперовский «второй мир», ибо: я знаю, я понимаю, я конструирую... Это проблема личностного знания и конструирующей интуиции в философии математики и в самой математике [15].

Таким образом, можно с достаточной долей уверенности полагать, что исходные допущения, на которых покоится тот или иной взгляд на природу математики, обусловлены не только логикой и математикой, но и социокультурным контекстом. В целом можно считать, что идеи Брауэра выразили настроение и духовные порывы гуманистически мыслящих творцов науки и культуры двадцатого века.

Литература

1. Brouwer L. E. J. Conciuousness, philosopphy and mathematics // *Collected Works*. Amsterdam: North-Holland Publishing. 1975. Vol. 1. Pp. 480–494.
2. Brouwer L. E. J. Die moglichenMachigkeiten // *Collected Works*. Amsterdam: North-Holland Publishing. 1975. Vol. 1. Pp. 102–104.
3. Brouwer L. E. J. Mathematic, wissenschaft und Sprache // *Collected Works*. Amsterdam: North-Holland Publishing. 1975. Vol. 1. Pp. 417–428.
4. Brouwer L. E. J. Philosophy and foundations of mathematics // *Collected Works*. Amsterdam: North-Holland Publishing. 1975. Vol. 1. Pp. 628.
5. Брауэр Л. Э. Я. Математика, наука и язык // *Вестник РГГУ. Серия Философия. Социология*. 2010. №13(56). С. 249–258.
6. Бурбаки Н. *Очерки по истории математики*. М.: Издательство иностранной литературы, 1963. 292 с.
7. Вейль Г. *О философии математики*. М.: Гостехиздат, 1934.
8. Вейль Г. *О философии математики*. М.: КомКнига, 2005.
9. Вейль Г. *Математическое мышление*. М.: Наука, 1989.

10. Казарян В. П. К истолкованию природы динамического времени // *Вестник Московского университета. Сер. 7. Философия*. **2012**. №2. С. 33–47.
11. Лолли Г. *Философия математики: наследие двадцатого столетия*. Н. Новгород: изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н. И. Лобачевского, **2012**.
12. Лютиков П. В. К публикации доклада Л. Э. Я. Брауэра // *Вестник РГГУ. Серия Философия. Социология*. **2010**. №13(56). С. 259–262.
13. Поппер К. Р. *Объективное знание. Эволюционный подход*. М.: Эдиториал УРСС, **2002**.
14. Рид Констанс. Гильберт. М., **1977**. URL: <http://ega-math.narod.ru/Reid/p4.htm>.
15. Султанова Л. Б. Интуиция и эвристика в математике // *Российский гуманитарный журнал*. **2013**. Т. 2. №3. С. 237–251.
16. Целищев В. В. *Философия математики*. Новосибирск: Наука, **2002**.

Поступила в редакцию 20.03.2018 г.

DOI: 10.15643/libartrus-2018.2.1

The ideas of Brauer in the context of philosophy

© M. V. Klishina¹, V. P. Kazaryan^{2*}

¹Karaganda Economic University of Kazpotrebsoyuz
9 Akademicheskaya Street, 100009 Karaganda, Kazakhstan.

²Lomonosov Moscow State University
GSP-1, Leninskie Gory, 119991 Moscow, Russia.

*Email: kazaryanvp@mail.ru

The article is devoted to the works of the outstanding Dutch mathematician L. E. Brauer in connection with the anniversary of his idea of the possibility of a new mathematics – intuitionistic mathematics. The authors of the article show the heuristic value of his work, which has created new paths both for the development of science and for understanding the nature of scientific study. In the article, Brauer's works considered as a unity of strong creative will and logical worldview. The content of the main provisions of intuitionistic mathematics as opposed to classical traditional mathematics is revealed. Attention is drawn to the views of the Brauer on logicism and formalism in the justification of mathematics. His solutions of the problems of the relation of mathematics and language and the interpretation of the nature of mathematical evidence are given. Much attention is paid to Brauer's intuitionistic approach to the problem of intuition and the role of human nature and personality in mathematical activity. The critical position of K. Popper, highlighting some specific moments in the teachings of Brauer is considered. It is noted that the philosophical ideas of Brauer overlap with the ideas of philosophy of life, phenomenology, existentialism.

Keywords: mathematics, intuitionism, philosophy of mathematics, mathematics basis, intuition, time.

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at edit@libartrus.com if you need translation of the article.

Please, cite the article: Klishina M. V., Kazaryan V. P. The ideas of Brauer in the context of philosophy // *Liberal Arts in Russia*. 2018. Vol. 7. No. 2. Pp. 85–96.

References

1. Brouwer L. E. J. *Collected Works*. Amsterdam: North-Holland Publishing. 1975. Vol. 1. Pp. 480–494.
2. Brouwer L. E. J. *Collected Works*. Amsterdam: North-Holland Publishing. 1975. Vol. 1. Pp. 102–104.
3. Brouwer L. E. J. *Collected Works*. Amsterdam: North-Holland Publishing. 1975. Vol. 1. Pp. 417–428.
4. Brouwer L. E. J. *Collected Works*. Amsterdam: North-Holland Publishing. 1975. Vol. 1. Pp. 628.
5. Brauer L. E. Ya. *Vestnik RGGU. Seriya Filosofiya. Sotsiologiya*. 2010. No. 13(56). Pp. 249–258.
6. Bourbaki N. *Ocherki po istorii matematiki [Essays on the history of mathematics]*. Moscow: Izdatel'stvo inostranoi literatury, 1963.
7. Weyl H. *O filosofii matematiki [On the philosophy of mathematics]*. Moscow: Gostekhizdat, 1934.
8. Weyl H. *O filosofii matematiki [On the philosophy of mathematics]*. Moscow: KomKniga, 2005.
9. Weyl H. *Matematicheskoe myshlenie [Mathematical thinking]*. Moscow: Nauka, 1989.
10. Kazaryan V. P. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Ser. 7. Filosofiya*. 2012. No. 2. Pp. 33–47.
11. Lolli G. *Filosofiya matematiki: nasledie dvadtsatogo stoletiya [Philosophy of mathematics: legacy of the twentieth century]*. N. Novgorod: izd-vo Nizhegorodskogo gosuniversiteta im. N. I. Lobachevskogo, 2012.
12. Lyutikov P. V. *Vestnik RGGU. Seriya Filosofiya. Sotsiologiya*. 2010. No. 13(56). Pp. 259–262.
13. Popper K. R. *Ob'ektivnoe znanie. Evolyutsionnyi podkhod [Objective knowledge. Evolutionary approach]*. Moscow: Editorial URSS, 2002.
14. Rid Konstans. Hilbert. Moscow, 1977. URL: <http://ega-math.narod.ru/Reid/p4.htm>.
15. Sultanova L. B. *Liberal Arts in Russia*. 2013. Vol. 2. No. 3. Pp. 237–251.
16. Tselishchev V. V. *Filosofiya matematiki [Philosophy of mathematics]*. Novosibirsk: Nauka, 2002.

Received 20.03.2018.