

DOI: 10.15643/libartrus-2014.4.2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СИМВОЛИЗАЦИЯ: СПЕЦИФИКА И УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ

© Л. Б. Султанова

Башкирский государственный университет
Россия, Республика Башкортостан, 450074 г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.

Тел.: +7 (347) 229 96 64.

Email: sultanova2002@yandex.ru

В статье, на основе феномена неявного знания, исследуются вопросы философии математики, связанные с процедурой математической символизации. Выявлена специфика математической символизации и условия её осуществления, определена роль математической символизации в развитии математики. Автор считает, что полученные результаты позволяют обосновать тезис о том, что основой математической символизации является априорный гносеологический «фундамент». Автор полагает, что выводы статьи существенно ограничивают перспективы популярного в современной философии науки гносеологического релятивизма как в философии математики, так и в теории познания в целом. Дальнейшие исследования по вопросу о роли неявного знания в развитии математики, по мнению автора, должны способствовать укреплению и дальнейшему распространению аналогичного подхода в теории познания.

Ключевые слова: феномен неявного знания, неспецифицируемость и личностность неявного знания, психологическая составляющая неявного знания, математический символ, неявный коэффициент математической символизации, понимание в математике, математическая абстракция.

1. Введение

В современной философии науки окончательно сформировалось понимание того, что «логическая точность и строгость сами по себе ещё не являются гарантией истинности и точности научного знания» [1, с. 134]. Развивая этот, в общем-то, вполне корректный тезис, некоторые авторы приходят к выводу о том, что современная теория познания практически обречена на самоуничтожение [2, с. 593]. Думается всё же, что это проявление, так сказать, «постмодернистского стиля», которого не чуждаются сегодня даже маститые авторы, чьи идеи на протяжении многих десятилетий пользовались и пользуются заслуженным признанием в нашей стране и за её пределами.

Представляется, что эти сложности современной философии науки, наличие которых, конечно же, никто не собирается отрицать, обусловлены прежде всего феноменом неявного знания, чьё влияние на развитие науки признаётся сегодня многими авторами. Поэтому совершенно правомерно, на наш взгляд, проводить более глубокие исследования в области этого феномена. Исследование роли и значения неявного знания в развитии математики является основной темой настоящей статьи. В современную философию науки термин «неявное знание» (implicit knowledge) введён американским учёным М. Полани.

В основу новаторского подхода М. Полани положена интерпретация психологического понятия «гештальта» как «образа реальности», складывающегося в мышлении субъекта познания в конкретной гносеологической ситуации. Понятно, что этот «образ реальности» неразрывно связан с личностью субъекта познания. Согласно такому подходу, в каждом по-

знавательном акте познавательная активность субъекта направлена либо непосредственно на объект, либо на систему, включающую этот объект в качестве элемента. Чем более целенаправленно субъект познания фокусируется на объекте как некоем целом, тем более подчиненным целям этого познавательного процесса, функциональным относительно него, и, следовательно, тем менее заметным и более «смутным» будет представление элементов этой системы для субъекта познания.

В качестве аналогии М. Полани проводит параллель неявных элементов знания с инструментами ремесленника, как бы являющимися продолжением человеческого тела, строение и принцип действия которых интересует ремесленника (аналог «субъекта познания») исключительно с точки зрения их полезности для реализации поставленных задач. Подобно тому, как ремесленник не концентрируется на строении этих инструментов, и зачастую вообще их не замечает, учёный, исследователь, не фокусируется на механизмах и условиях мышления, не входящих непосредственно в структуру объекта познания, но делающих возможным таковое, т.е. делающих возможным непосредственное познание этого объекта. Можно принять, что эти «механизмы и условия мышления» неявно входят в содержание нового знания, полученного этим учёным или исследователем, и поэтому должны быть квалифицированы именно как «неявное знание». Отсюда понятно, что одно из важнейших свойств неявного знания – его неспецифицируемость, определяемая следующим образом: «если какая-то совокупность предметов попадает в наше периферическое сознание и становится бессознательной, мы, в конечном счете, полностью теряем их из виду, и в принципе не можем сознательно реконструировать» [3, с. 38].

Основные свойства неявного знания, по М. Полани, – это неспецифицируемость и личностность. Они оказывают существенное влияние на весь познавательный процесс в целом, и, как представляется, во многом обуславливают отмеченные здесь вначале сложности современной философии науки. Думается, что по этой причине необходимо их доскональное изучение, что и послужило отправной точкой для данной статьи. В дальнейшем будут исследованы эти и другие свойства неявного знания, а также изучена роль неявных элементов знания в математике, а именно – будет введено понятие неявного коэффициента математической символизации и определена его специфика.

2. Основные свойства неявного знания

Неспецифицируемость неявного знания означает, что его невозможно выразить в научных терминах. Иногда невозможна даже вербализация такого знания, т.е. для него невозможно просто подобрать словесную форму, поэтому неявное знание – это и молчаливое знание. Несмотря на это, неявное знание (в форме предпосылок или неявных определений) составляет необходимое условие самого существования научного знания, и, значит, научной теории.

Приведем пример из математики, наиболее ярко иллюстрирующий неспецифицируемость именно как свойство неявного знания. В частности, в евклидовой геометрии совершенно не предусмотрено доказательство того факта, что всякое «замыкание» (линия, по которой «букашка» могла бы двигаться в одну сторону до бесконечности) делит плоскость в точности на два множества точек – «внутренние точки» и «внешние точки», а переход из одного множества в другое непременно предполагает пересечение границ. И только британский математик Л. Кэрролл доказал, что линия, идущая из вершины треугольника, внутри

этого треугольника обязательно пересечет сторону, противоположащую вершине, из которой эта линия выходит. До Л. Кэрролла этим свойством математики пользовались как интуитивно-очевидным, т.е. пользовались неявным образом, причём пользовались очень активно [4]. Это означает, что неявное знание не только неспецифицируемо, но и личностно, поскольку «установление этой опоры на опыт (то есть практическое применение научной теории – прим. автора) невозможно без личной причастности ученого» [3, с. 100]. «Личная причастность учёного» состоит в том, что мы не можем получить, освоить или применить новое знание, не связывая его с уже имеющимся у нас «личным опытом», что и обуславливает на деле личностную природу неявного знания. Следовательно, новое неявное знание, которое неизбежно вырабатывается субъектом познания при освоении просто «знания» в обычном смысле, должно взаимодействовать с комплексом неявного знания, уже присущим этой конкретной личности, этому конкретному субъекту познания – иначе интеграция нового знания в общий компендиум знаний конкретного субъекта познания будет невозможна.

Очевидно, что это утверждение носит общенаучный характер, и должно быть квалифицировано как закон научного познания, а не отнесено исключительно к математике. Понятно, что элементы, обуславливающие личностность неявного знания, возникают в результате участия в эвристическом процессе интуитивно-нерациональных механизмов – в частности, механизмов восприятия внешнего мира. Действительно, далеко не всё, что доступно нам в процессе восприятия или созерцания, может быть полностью нами осознано, и, следовательно, может быть зафиксировано на вербальном, и, тем более, на рационально-теоретическом уровне. Это значит, что в процессе познания, во-первых, всегда найдётся место неявному знанию, и, во-вторых, что неявное знание атрибутивно связано с личностными особенностями мышления субъекта познания.

Вообще обоснование личностной природы неявного знания, по М. Полани, имеет приоритетное значение [3, с. 100]. Думается, что с учётом выводов современной теории познания, обозначенных в начале данной статьи, с этим трудно не согласиться. В этом обосновании автор опирался на исследования истории научных открытий в классической механике, теории вероятности, а также на оценки типов упорядоченности в точных науках. В результате М. Полани удалось показать, что гносеологические основания интуитивного элемента научной теории, впрочем, как и онтологические основания практических умений и навыков, присущих личности, глубоко укоренены в психологии этой личности, а их неявно-интуитивная специфика обусловлена самой природой человеческого мышления [3]. Однако эта специфика ко многому обязывает. Дело в том, что личностность неявного знания обуславливает огромную ответственность, которую, по М. Полани, учёный, исследователь возлагает на себя. Её принципиально нельзя переложить ни на какие критерии верификации или фальсификации, соответствующие позитивистским нормам научного исследования, именно вследствие невозможности «отделения» неявного знания от субъекта познания – в том числе, и для самого исследователя, первооткрывателя этого нового знания.

В полной мере оценивая значение таких свойства неявного знания как неспецифицируемость и личностность, М. Полани, уделяет существенное внимание раскрытию элементов психологической составляющей неявного знания, выделяя следующие: во-первых, это интеллектуальная убежденность, которая является «последним основанием наших убеждений»; во-вторых, это вера как важнейший элемент психологической составляющей неявного знания; в-третьих, это воля, и, в-четвертых, страстность [3]. Необходимо учитывать, что вера

в данном контексте – это прежде всего убежденность ученого в своей правоте, основанная на так называемой интеллектуальной самоотдаче. Именно на интеллектуальной самоотдаче покоится единство всех элементов психологической составляющей неявного знания [3]. Однако это не просто некая иррациональная вера, родственная религиозной, а вера, являющаяся неотъемлемым элементом эвристической интуиции, ведущей исследователя в научном поиске – лично-эмоциональном поиске решения фундаментальных научных проблем.

Сравнивая эти идеи со структурой эвристического процесса по Ж. Адамару, можно показать, что элементы психологической составляющей неявного знания связаны с эвристической (научной, исследовательской) интуицией. Действительно, и вера, и воля являются её неотъемлемыми элементами – научный поиск в принципе невозможен без веры его субъекта в некоторые начальные предпосылки, а также в само существование решения исследуемой научной проблемы. Воля в данном контексте также является эвристической, поскольку задействована в процессе научного исследования. А по мнению Ж. Адамара, воля вмешивается в творческий процесс после третьего этапа, то есть непосредственно после «срабатывания» механизма «озарения» (первые два этапа по Ж. Адамару – это так называемые «подготовка» и «инкубация»), перед последним этапом проверки и завершением всего эвристического процесса в целом [5].

Осталось разъяснить понятие интеллектуальной самоотдачи. Эвристический процесс действительно предполагает полную самоотдачу личности как её тотальную вовлечённость в научно-исследовательскую деятельность. Вообще самоотдача как таковая обусловлена убежденностью личности в некоторых основополагающих научных идеях, на которых, собственно, и базируются выводы, получаемые в ходе эвристического процесса, причём «Согласно логике самоотдачи, истина есть нечто, о чем можно мечтать, только будучи в этом убежденным» [3, с. 308]. Эта убежденность субъекта в эвристическом процессе проявляется именно как «акт самоотдачи, присутствующий в каждом интеллектуальном свершении и стягивающий множество вещей к единому фокусу» [3, с. 97]. Это значит, что без самоотдачи субъекта в познании нет и не может быть истины. Поэтому, как представляется, наиболее важным элементом личностной составляющей неявного знания необходимо назвать именно интеллектуальную убежденность, поскольку она непосредственно опирается на научные убеждения ученого, а эти убеждения, в свою очередь, в соответствии с логикой функционирования неявного знания в познавательном процессе, являются предельным уровнем логического обоснования. Дело в том, что интеллектуальная убежденность – это элемент психологической составляющей неявного знания, наиболее близкий к его рациональной компоненте, вследствие чего в познании на её основе осуществляется необходимая корреляция между «неявно-интуитивным предпосылочным знанием личности» и знанием «рационально-теоретическим», причём система посылок интеллектуальной убежденности личности логически предшествует вообще всякому знанию [3].

В целом анализ элементов психологической составляющей неявного знания позволяет выявить значение личностных контактов для развития обучающей эвристики, в том числе и в математике. Действительно, опыт научного мышления, выступающий, прежде всего, в виде неявного знания, должен транслироваться от поколения к поколению, от субъекта к субъекту – иначе развитие науки будет просто невозможно. Понятно, что такая трансляция может быть реализована, прежде всего, в процессе межличностных контактов, то есть в обучении, когда извне, со стороны другого субъекта познания, осуществляется доступ к личностному

знанию субъекта и его опыту мышления, а также к такому важнейшему элементу психологической составляющей неявного знания субъекта как интеллектуальная убежденность. Более того, думается, что интеллектуальная убежденность, важность которой в познании мы здесь уже подчеркивали, априори предполагает наличие межличностных контактов, то есть наличие оппонента. В самом деле, бессмертное лютерово изречение «На том стою и не могу иначе» в отсутствие оппонента выглядит просто бессмысленным. Подчеркнем, что здесь речь идет не о социокультурном аспекте научного познания, исследование которого составляет популярный контекст современной философии науки, речь здесь идет о взаимодействии двух личностей – учителя и ученика, а, стало быть, о взаимодействии двух мировоззрений, двух (по крайней мере, двух) интуиций, в процессе которого предполагается выход на интерсубъективный уровень. Именно такое взаимодействие личностей, взаимодействие субъектов научного познания и обуславливает эвристическую функцию неявного знания, а также создает важнейшие предпосылки для дальнейшего развития научно-теоретического знания в целом.

3. Неявный коэффициент математической символизации и его специфика

Именно благодаря неявному знанию возможно отождествление математических символов с их научно-математическим значением, иначе говоря, только на базе личностного комплекса неявного знания может быть осуществлена математическая символизация, без чего невозможно представить себе занятия математикой. Символы, в том числе и те, которыми чаще всего пользуются математики – это письменные знаки, которые должны быть легко и многократно восстанавливаемы. В математике применяются различные символы – для чисел, переменных, знаков арифметических и алгебраических операций, а также для обозначения геометрических объектов или их отдельных элементов. По необходимости в математике могут использоваться и логические символы. Понятно, что из этих перечисленных символов в дальнейшем могут конструироваться и различные формулы. Отметим, что в современной науке роль символов и символизации чрезвычайно велика. И, хотя в современной физике «Никто не может более всерьез требовать, чтобы символический конструкт, который, таким образом, остаётся у нас в руках, считался действительностью, лежащей в основе явлений» [3, с. 59], вопрос о взаимосвязи символов и объектов реальности в современной науке актуален как никогда.

Но что такое «символ»? Какова его роль в науке? Собственно, символы, как и научные термины, понятия, мы «накапливаем» в процессе обучения и научных исследований, и учимся понимать в течение всей жизни, с самых ранних лет. Думается, каждому понятно, что символизация как таковая возможна только при наличии опыта, опирающегося на солидный багаж неявного знания и формирующегося в определённых социокультурных рамках. В математике, на протяжении всей её богатой истории, символика носит устойчивый характер, что всегда обуславливалось требованием преемственности, обязательным для развития научного знания. Особенно интенсивно новые математические символы формируются в девятнадцатом и двадцатом столетиях в связи с бурным развитием математики. Необходимость в математической символизации возникает при любом употреблении каких-либо математических терминов, которые всегда имеют определённое значение. Суть математической символизации заключается в отождествлении определенного феномена реальности с некоторым математическим символом. В этой ситуации можно говорить уже не просто о не-

явном знании в математике, а о так называемой «триаде неявного знания», суть которой применительно к математике можно определить следующим образом: математик **A** делает математический термин или абстракцию **B** обозначением объекта **C** [5, с. 82–83].

Важность математической символизации подтверждает историческая тенденция в развитии математики, состоящая в том, что все преобразования, позволяющие упростить математические обозначения посредством введения более простой формы записи, активно приветствовались математиками и стимулировали развитие математической науки в целом. В частности, представляется, что именно поэтому уже декартовы упрощения математических обозначений высоко оценивались математиками. Проанализировав историю развития математических символов, можно сделать общий вывод, согласно которому «прогресс в математике в значительной степени зависит от изобретения выразительных и удобных в обращении символов для представления математических концепций» [3, с. 126].

Процедуру математической символизации можно проиллюстрировать следующим образом. Действительно, всегда, приступая к решению задачи, прежде всего «...необходимо точно выполнить символизацию и последующие операции, и правильно интерпретировать результат. Все это требует понимания, и именно в ходе этих актов понимания обретают смысл использованные в процессе решения задачи формальные операции, а их результат принимается лицом, которое их выполняет» [3, с. 123]. Таким образом, в математике понимание является, прежде всего, результатом реализации процедуры математической символизации, а необходимое при этом итоговое отождествление математического символа с его значением возможно только вследствие опоры на базовый уникально-личностный комплекс неявного знания, которым обладает субъект познания [6, с. 76–89].

Специфика процедуры математической символизации в современной математике обусловлена высоким уровнем её абстрагирования, причём очевидно, что все математические абстракции имеют смысл только с учётом априорного фундамента базовых оснований математической науки. Поэтому кажущаяся легкость математической символизации никого не должна вводить в заблуждение. А когда речь идет о математических абстракциях высокого уровня, иерархически значительно удаленных от априорных базовых оснований математики, гносеологическая ситуация еще более осложняется. Такая специфика математики связана с так называемым неявным коэффициентом математической символизации, который, в понимании субъекта познания, придаёт символу математики конкретное значение, тем самым связывая этот символ с реальностью [6, с. 84]. Неявный коэффициент математической символизации формируются в процессе личностного практического освоения математики, на нерациональном (интуитивном) уровне мышления субъекта. Понятно, что при этом, особенно когда речь идёт о математических абстракциях высокого уровня (например, когда речь идёт о теории категорий), что характерно для современной математики, возможно неосознанное, автоматическое использование абстракций, когда в них видят нечто вроде «счетных палочек». Это означает, что, чем выше уровень абстрагирования в математике, тем солиднее неявный коэффициент математической символизации, и тем более вероятна возможность неосознанного, автоматического использования математических символов, что, в конечном счёте, существенно затрудняет понимание и обучение в математике.

4. Заключение

Математическая символизация неизбежна в математике, она достигается через утверждение конкретной специфики, раскрытой и обоснованной в данной статье. В итоге, с учётом идеи неявного знания и его роли в реализации процедуры математической символизации, могут быть сделаны следующие выводы, определяющие специфику познавательного процесса в целом.

1. Современная философия науки исполнена самокритики и определённого пессимизма, поскольку в ней превалирует принцип социокультурной обусловленности научного знания, что существенно релятивизирует само понятие научности. Думается, что определённая причина для беспокойства действительно есть, т.к. многие авторы склонны к постмодернистскому радикализму. Однако, представляется, что можно избавиться от релятивизма и спасти принципы научности. Для этого необходимо углублённое изучение идеи неявного знания, поскольку, как представляется, проблемы современной философии науки и теории познания во многом лежат в области исследования предпосылочного знания, внедряющегося в познавательный процесс на нерациональном уровне.

2. По М. Полани, основные свойства неявного знания – неспецифицируемость и личностность, которая раскрывается через элементы психологической составляющей неявного знания. К таковым относятся интеллектуальная убеждённость, вера, страстность, а также объединяющая их интеллектуальная самоотдача. Подчеркнем, что здесь речь идет не о социокультурном аспекте научного познания, исследование которого составляет популярный контекст современной философии науки, речь здесь идёт о взаимодействии двух личностей – учителя и ученика, а, стало быть, о взаимодействии мировоззрений и интуиций, в процессе которого должен быть реализован «выход» субъектов познания на интерсубъективный уровень. Именно такое взаимодействие личностей, взаимодействие субъектов научного познания и обуславливает эвристическую функцию неявного знания, а также создает важнейшие предпосылки для дальнейшего развития научно-теоретического знания в целом.

3. Именно благодаря неявному знанию возможно отождествление математических символов с их научно-математическим значением. Суть математической символизации заключается в отождествлении определенного феномена реальности с некоторым математическим символом. В этой ситуации можно говорить о так называемой «триаде неявного знания», суть которой применительно к математике можно определить следующим образом: математик **A** делает математический термин или абстракцию **B** обозначением объекта **C**.

4. Формирование такой «триады» для каждого субъекта математического познания опирается на неявный коэффициент математической символизации, имеющий личностный характер, опирающийся на априорный элемент личностного комплекса неявного знания, связанного с математикой. Понимание в математике является, прежде всего, результатом реализации процедуры математической символизации. И, хотя на формирование «триады» определённое влияние оказывает и социокультурный фон развития науки в данный исторический период, таковой отнюдь не является определяющим. Поэтому неявный коэффициент математической символизации можно рассматривать как инвариант. Представляется, что это ограждает не только математику, но и эпистемологию в целом от необратимого релятивизма.

5. При всём этом необходимо согласиться с М. Полани, который называет свою теорию «онтологией разума», но в виду имеется не бесстрастный кантовский теоретический разум

(при полном пиетете и М. Полани, и автора данной статьи по отношению ко всей кантовской теории познания в целом), полностью отделённый от реального субъекта, а разум, для которого познание действительно составляет цель и смысл бытия, и поэтому обладает высшей ценностью вследствие чего просто не может не быть личностным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Микешина Л. А. *Ценностные предпосылки в структуре научного познания*. М.: Прометей, **1990**.
2. *Философия познания. К юбилею Людмилы Александровны Микешинной*. М.: РОССПЭН, **2010**.
3. Полани М. *Личностное знание*. М.: Прогресс, **1985**.
4. Мичи Д., Джонстон Р. *Компьютер – творец*. М.: Мир, **1987**.
5. Адамар Ж. *Исследование психологии процесса изобретения в области математики*. М.: Сов. радио, **1970**.
6. Султанова Л. Б. *Неявное знание в математике*. Saarbrücken: LAP LAMBERT, **2011**.

Поступила в редакцию 14.08.2014 г.

DOI: 10.15643/libartrus-2014.4.2

MATHEMATICAL SYMBOLIZATION: SPECIFICITY AND IMPLEMENTATION

© L. B. Sultanova

*Bashkir State University
32 Validi St., 450076 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*

Phone: +7 (347) 229 96 64.

Email: sultanova2002@yandex.ru

Philosophy of mathematics issues related to the procedure of mathematical symbolization are studied on the basis of phenomenon of implicit knowledge. The specificity of mathematical symbolization and conditions of its implementation, defines the role of mathematical symbolization in the development of mathematics. The author believes that the results can justify the thesis that the basis of mathematical symbolization is a priori epistemological "foundation". The author believes that the conclusions of the article significantly limit the prospects of the popular contemporary philosophy of science epistemological relativism in the philosophy of mathematics, as well as in the theory of knowledge in general. Further studies on the role of implicit knowledge in the development of mathematics, according to the author, should contribute to the strengthening and further spread of a similar approach in the theory of knowledge.

Keywords: *phenomenon of tacit knowledge, and not-personal-specifiable implicit knowledge, the psychological component of tacit knowledge, mathematical symbol, the implicit rate of mathematical symbolization, understanding in mathematics, mathematical abstraction.*

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at edit@libartrus.com if you need translation of the article.

Please, cite the article: Sultanova L. B. Mathematical Symbolization: Specificity and Implementation // *Liberal Arts in Russia*. 2014. Vol. 3. No. 4. Pp. 237–245.

REFERENCES

1. Mikeskina L. A. *Tsenostnye predposylki v strukture nauchnogo poznaniya [Value Background in the Structure of Scientific Knowledge]*. Moscow: Prometei, 1990.
2. *Filosofiya poznaniya. K yubileyu Lyudmily Aleksandrovny Mikeskinoi [Philosophy of Knowledge. On the Anniversary of Lyudmila Aleksandrovna Mikeskina]*. Moscow: ROSSPEN, 2010.
3. Polanyi M. *Lichnostnoe znanie [Personal Knowledge]*. Moscow: Progress, 1985.
4. Michie D., Dzhonston R. *Komp'yuter – tvorets [The Creative computer]*. Moscow: Mir, 1987.
5. Hadamard J. *Issledovanie psikhologii protsessa izobreteniya v oblasti matematiki [The Psychology of Invention in the Mathematical Field]*. Moscow: Sov. radio, 1970.
6. Sultanova L. B. *Neyavnoe znanie v matematike*. Saarbrücken: LAP LAMBERT, 2011.

Received 14.08.2014.